

Interazione di particelle e raggi X con strutture periodiche

Interazione di elettroni con la materia: esperienza di Davisson e Germer e sua descrizione in termini di ampiezza di probabilità

Nel 1924 il fisico Louis de Broglie presentò un suo studio che proponeva l'esistenza di onde materiali. L'ipotesi di de Broglie era che il comportamento duale della radiazione (onda-particella) doveva averlo anche la materia. Proprio come un fotone ha un'onda luminosa che governa il suo moto, così una particella materiale ha un'onda materiale associata che governa il suo moto. Poiché l'universo è composto interamente di materia e di radiazione, il suggerimento di de Broglie è essenzialmente una affermazione di una grande simmetria della natura. In accordo con l'ipotesi di de Broglie, sia per la materia che per la radiazione, l'energia E di una entità è correlata con la frequenza \boldsymbol{n} dell'onda associata con il suo moto dall'equazione:

$$\text{Equazione 1} \quad E = h\boldsymbol{n}$$

e l'impulso p dell'entità è correlato alla lunghezza d'onda associata dall'equazione:

$$\text{Equazione 2} \quad p = \frac{h}{\boldsymbol{l}}$$

In queste equazioni i concetti corpuscolari come l'energia e l'impulso sono connessi attraverso la costante di Planck a concetti ondulatori come la frequenza e la lunghezza d'onda.

La precedente equazione si può scrivere

$$\text{Equazione 3} \quad \boldsymbol{l} = \frac{h}{p}$$

Questa è la relazione di de Broglie. Essa predice la lunghezza d'onda \boldsymbol{l} di un'onda materiale associata al moto di una particella materiale avente impulso p . Dunque, in base alle ipotesi di de Broglie, dobbiamo aspettarci che con particelle materiali (elettroni, protoni, neutroni etc.) possiamo fare esperienze di diffrazione. Per la luce si ottengono figure di diffrazione quando la dimensione caratteristica di un apparato ottico (per es. la larghezza di una fenditura) è paragonabile alla lunghezza d'onda o è più piccola di esse. Quindi per osservare le caratteristiche ondulatorie del moto della materia, dovremmo usare sistemi con fori o ostacoli opportunamente piccoli. Per queste esperienze i migliori sistemi disponibili ai fisici al tempo di de Broglie erano i solidi. Infatti nei solidi le spazature tra piani adiacenti di atomi sono all'incirca di 1 Å (che è anche la lunghezza d'onda di un elettrone la cui energia è 100 eV).

Nel 1926 Elsassler fece osservare che la natura ondulatoria della materia poteva essere messa in evidenza nello stesso modo in cui fu notata per la prima volta la natura ondulatoria dei raggi X, cioè facendo incidere un fascio di elettroni di

energia adeguata su un solido cristallino. Gli atomi del cristallo costituiscono un insieme tridimensionale di centri di diffrazione per "l'onda" degli elettroni; si trattava di cercare dei picchi di diffrazione ben marcati in certe direzioni caratteristiche proprio come per la diffrazione di raggi X.

Questa idea venne verificata da Davisson e Germer. La figura seguente mostra l'apparato sperimentale utilizzato dai due fisici.

FIGURA

Gli elettroni vengono emessi dal filamento incandescente F per effetto termoionico e vengono accelerati da una differenza di potenziale variabile V. Dopo l'urto col cristallo C di nichel, essi sono raccolti dal rivelatore D. Il rivelatore è una doppia gabbia di Faraday, a induzione completa, ed è mobile su una sfera. Consiste di due armature separate e sottoposte ad una certa d.d.p. regolata in modo tale che tra tutti gli elettroni incidenti passino quelli più energetici, cioè quelli che non hanno perso energia nell'interazione. Un misuratore di corrente misurerà le entità delle cariche catturate, ovvero indotte nell'altra armatura (variazioni di potenziale). Se $N(E)$ è il numero di elettroni diffusi nell'unità di tempo aventi energia E, il grafico di $N(E)$ in funzione di E ottenuto (per un fissato angolo di diffusione) è il seguente:

FIGURA

In questo grafico che ci dà la distribuzione in energia degli elettroni diffusi, abbiamo due picchi: il picco A associato alle diffusioni anelastiche (cioè associato a elettroni che nell'urto con il cristallo perdono una parte della loro energia cinetica) ed il picco B associato a diffusioni elastiche (cioè associato a elettroni che nell'urto con il cristallo conservano la loro energia cinetica, nell'ipotesi che gli elettroni incidenti sul cristallo di nichel siano accelerati da un potenziale $V=54V$). Lo scattering elastico degli elettroni è causato dall'urto di questi elettroni con gli atomi della superficie del bersaglio (che hanno massa infinita rispetto a quella degli elettroni), mentre lo scattering anelastico è dovuto a elettroni che penetrano negli strati più interni del bersaglio e dunque emergono con un'energia minore a causa delle collisioni interne. Il picco B è perciò dovuto agli elettroni provenienti dai primi monostrati della superficie del cristallo e dunque questo picco è importante per analizzare la struttura di tali monostrati.

Davisson e Germer presero in considerazione solo il picco B cioè solo gli elettroni che col cristallo hanno subito uno scattering elastico. Per fare ciò essi diedero al pozzo di Faraday una d.d.p. $U \cong V$ cosicché venivano rivelati solo gli elettroni diffusi elasticamente.

Essi realizzarono delle rappresentazioni polari dell'intensità di riflessione per diversi potenziali di accelerazione: l'intensità I relativa ad un determinato angolo θ è rappresentata dalla lunghezza del corrispondente raggio vettore

FIGURA

Dapprima i due sperimentatori ottennero un diagramma polare del tipo disegnato sopra che mostra una certa isotropia nella diffusione degli elettroni. Durante le

misure si ruppe però il tubo a vuoto in cui era stato posto il cristallo di nichel che si ossidò a contatto con l'aria. Ripetendo le misure dopo la pulitura del Nichel si ottennero i seguenti diagrammi polari

FIGURA

I diagrammi presentano dei picchi più o meno accentuati cioè gli elettroni dopo aver colpito il bersaglio, non si distribuiscono uniformemente in tutte le direzioni, ma si evidenziano delle direzioni privilegiate e dei minimi e massimi tipici dei fenomeni di interferenza.

Dobbiamo spiegare la differenza tra le misure nelle due fasi dell'esperimento. Il nichel è un policristallo cioè è composto da tanti piccoli cristalli (cubici a facce centrate) che sono disposti a caso. Nella prima fase dell'esperienza, la lunghezza d'onda di de Broglie degli elettroni è maggiore delle dimensioni dei grani, cioè dei cristalli ordinati, di nichel cosicché il fascio di elettroni interagisce con una struttura sostanzialmente disordinata che impedisce il fenomeno dell'interferenza. Dopo pulitura, aumentando notevolmente le dimensioni dei grani di nichel, cioè aumenta il numero dei cristalli in ordine cosicché il fascio di elettroni "vede" una struttura ordinata e si rende possibile l'interferenza, come andiamo a spiegare. Come mostrato nei diagrammi polari della pagina precedente, se nell'apparato di Davisson e Germer si applica una d.d.p. di 54 V si ha il primo massimo a $\mathbf{J} = 50^\circ$.

FIGURA

Il fascio diffratto a $\mathbf{J} = 50^\circ$ e $V = 54V$ sorge dalla diffusione ad opera della famiglia di piani atomici mostrati. L'interdistanza d dei piani reticolari paralleli alla faccia su cui avviene la riflessione si può calcolare facilmente nota la struttura la Ni.

FIGURA

Nella figura precedente sono mostrati solo due piani atomici e due raggi del fascio incidente e del fascio riflesso. Si ha interferenza costruttiva se è verificata la condizione di Bragg

$$\text{Equazione 4} \quad 2d \cos\left(\frac{\mathbf{p}}{2} - \mathbf{j}\right) = n\lambda \Rightarrow 2d \sin \mathbf{j} = n\lambda$$

Il numero intero n rappresenta l'ordine del massimo di intensità. Per $n = 1$ e dunque per $\mathbf{j} = \frac{\mathbf{p}}{2} - \frac{\mathbf{J}}{2} = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ e $V = 54$, si ottiene dall'Equazione 4

$$\lambda_{\text{sperim}} = .165 \text{ nm}$$

Valore sperimentale perché ottenuto dalla misura sperimentale di \mathbf{j} . Il valore della lunghezza d'onda dell'elettrone di energia 54 eV è per la relazione di de Broglie

$$\lambda_{\text{teorico}} = \frac{h}{p}$$

esprimendo l'impulso in funzione della massa e della velocità mediante la

relazione $p = mv$ e ponendo, per velocità non relativistiche, $v = \sqrt{\frac{2E_{\text{cin}}}{m}}$, si deduce

$$\lambda_{teorico} = \frac{h}{\sqrt{2mE_{cin}}} = .167nm$$

L'accordo tra λ_{sperim} e $\lambda_{teorico}$ mostra l'esattezza delle ipotesi di de Broglie sulle onde di materia.

La cosiddetta diffrazione dei raggi X si può osservare pure inviando i raggi, anziché su un cristallo singolo che si fa ruotare, su una polvere cristallina, o su un sistema microcristallino (per es. una lamina metallica): sistemi che contengono un gran numero di piccoli cristalli, orientati in tutte le direzioni (metodo di Debye e Scherrer). Si ottiene allora, su una lastra fotografica disposta perpendicolarmente al fascio che ha attraversato il sistema, un sistema di cerchi concentrici, prodotti dall'interferenza dei raggi diffusi su quei sistemi di piani reticolari che hanno l'orientazione voluta dall'Equazione 4 per una λ del fascio.

Nel 1927 G.P. Thomson dimostrò la diffrazione dei fasci di elettroni che passano attraverso sottili lamine e indipendentemente confermò la relazione di de Broglie

$$\lambda = \frac{h}{p} \text{ in dettaglio.}$$

Mentre l'esperimento di Davisson e Germer è come quello di Laue nella diffrazione dei raggi X (riflessione da un insieme ordinato di piani atomici in un grande singolo cristallo) l'esperimento di Thomson è simile al metodo di Debye Scherrer (trasmissione attraverso un insieme di cristalli molto piccoli orientati a caso). Thomson usò elettroni a energia più alta ($10 \div 40 KeV$), che sono molto più penetranti, cosicché molte centinaia di piani atomici contribuiscono all'onda diffratta. Non solo gli elettroni ma tutti gli oggetti materiali carichi o non carichi, mostrano caratteristiche ondulatorie nel loro moto. Consideriamo ad esempio, un fascio di neutroni veloci di 84 MeV che investe nuclei di alluminio o di rame o di piombo. Si hanno fenomeni diffrattivi se il diametro d del nucleo atomico è dell'ordine di grandezza della lunghezza d'onda $\lambda = \frac{h}{p}$ dell'onda di neutroni. Per i tre metalli si ottengono i seguenti grafici:

FIGURA

$$S = \text{sezione d'urto} = \frac{\text{n. neutroni rivelati}}{\text{n. totale di neutroni incidenti}}; \quad \theta = \text{angolo di rivelazione.}$$

Osserviamo che gli effetti diffrattivi sono più evidenti con gli atomi di piombo i cui nuclei sono più grandi e meglio confrontabili con la lunghezza d'onda associata al fascio di neutroni.

Ancora, Estermann, Stern e Frisch eseguirono esperimenti quantitativi sulla diffrazione di fasci atomici. Essi inviarono un fascio di atomi di He reso monocromatico con un selettore di velocità, su un cristallo di LiF ruotante intorno ad un asse fisso. Si ha interferenza costruttiva quando si realizza la condizione

$D \sin \mathbf{J} = n\mathbf{I}$, con D distanza tra due atomi della superficie. Con questo metodo, infatti, è possibile studiare solo la superficie del cristallo per via della scarsa energia degli atomi di He, che è dell'ordine di $k_B T$.

Le esperienze che abbiamo brevemente descritto evidenziano il comportamento ondulatorio di fotoni e particelle nell'interazione con strutture periodiche. Le caratteristiche dell'interazione, comunque, dipendono dalla natura del proiettile e del bersaglio e dalla loro velocità relativa. Precisamente:

- Gli elettroni interagiscono con il campo elettrico dei nuclei e delle nubi elettroniche dei vari atomi.
- I raggi X interagiscono con gli elettroni degli atomi e non con i nuclei che occupano una parte piccola e pesante: parità di forza, l'accelerazione del nucleo è piccola per via della sua massa elevata; i nuclei quindi non rispondono alla radiazione elettromagnetica.
- I neutroni dotati di momenti magnetici interagiscono con i momenti magnetici degli atomi. Tuttavia per grandi velocità e dunque per grandi energie, i neutroni interagiscono con i nuclei degli atomi mediante forze nucleari.

Analisi di superfici: LEED (Low Energy Electron Diffraction) - Microscopia elettronica in trasmissione.

La diffrazione di elettroni a bassa energia viene sfruttata nella tecnica LEED per studiare le superfici di varie sostanze. Nella sua realizzazione più semplice l'apparato per la tecnica LEED contiene un insieme di griglie ritardanti per respingere gli elettroni in elastici: il gruppo elastico ha energia sufficientemente alta per superare il potenziale ritardante; dopo il passaggio attraverso la griglia gli elettroni elastici sono accelerati tanto da essere fluorescenti su uno schermo al fosforo.

FIGURA

Questi tipi di esperimenti devono essere condotti sotto condizione di ultravuoto attentamente controllato poiché anche un monostato di contaminazione superficiale può intaccare seriamente la qualità dell'immagine. È importante sottolineare che immagine LEED rivela la periodicità degli atomi sulla superficie e la completa simmetria della superficie, ma non determina la posizione atomica.

In molte applicazioni i campioni sono assottigliati fino allo spessore di poche migliaia di angstroms. Le immagini sono formate dalla diffrazione di un fascio elettronico (tipicamente 50-200 KeV) trasmesso attraverso il sottile campione. È questa la tecnica utilizzata nel microscopio elettronico a trasmissione che andiamo brevemente a descrivere.

FIGURA

Nel microscopio elettronico a trasmissione una sorgente di elettroni costituita da un filamento incandescente invia un fascio di elettroni in una lente magnetica o condensatore. Dopo di che il fascio incontra il preparato; questo "illuminato" dagli elettroni viene osservato da un'altra lente magnetica la cui funzione è analoga a quella dell'obiettivo dopo di che vi è una lente intermedia (non disegnata in figura) e quindi un proiettore. Uno schermo fluorescente e una camera fotografica permettono di fissare l'immagine. Le lenti magnetiche possono essere sostituite anche da lenti elettrostatiche.

Nella microscopia elettronica ha particolare importanza la preparazione dell'oggetto da osservare. Infatti la sua immagine dipende dallo spessore che determina l'assorbimento degli elettroni accelerati. Questo significa che le variazioni di spessore del preparato non devono essere molto accentuate, altrimenti la messa a fuoco da parte delle lenti magnetiche non sarebbe valida per tutti gli elettroni del fascio. La messa a fuoco dipende infatti dall'energia degli elettroni e, se l'assorbimento di energia nel preparato è molto variabile, l'immagine sarebbe falsata; si avrebbe cioè un' aberrazione cromatica. Per questo motivo un microscopio elettronico che utilizza un generatore da 100.000 volts è in grado di "osservare" preparati il cui spessore è dell'ordine di qualche centinaio di Å. Per un policristallo cioè un solido costituito da tanti monocristalli (regioni piccole con una distribuzione periodica di atomi) distribuiti a caso, come figura di diffrazione si ottiene un insieme di cerchi concentrici.

Dato un monocristallo, ci sono tante famiglie di piani per i quali è soddisfatta la condizione di Bragg:

$$2d \sin \mathbf{J} = \mathbf{I}$$

Fissata l'energia degli elettroni incidenti, cioè fissata \mathbf{I} , ad una certa spaziatura tra i piani atomici corrisponde una interferenza positiva lungo la direzione individuata da un certo \mathbf{J} . Se l'incidenza è lungo la normale allo schermo fluorescente, l'angolo di deviazione rispetto a tale normale è $2\mathbf{J}$.

FIGURA

E' chiaro che per una distribuzione casuale di tanti monocristalli ci aspettiamo di vedere sullo schermo una figura di diffrazione simmetrica rispetto all'asse incidente.

FIGURA

Se L è la distanza tra il campione e il punto O dello schermo, si ha

$$2\mathbf{J} = \arctan \frac{R}{L}$$

Da questa relazione e dalla condizione di Bragg, per piccoli valori di \mathbf{J} , (deve essere $\mathbf{J} \ll 1$ per evitare aberrazioni) si ottiene:

Equazione 5 $\mathbf{I}L = dR$

Ma $\mathbf{I}L = d \cos \theta$, quindi anche $dR = d \cos \theta$ cioè i raggi degli anelli che si formano sullo schermo sono inversamente proporzionali alle distanze interatomiche. Misurando i

vari R possiamo correrarli ad una distanza interatomica. Si può dimostrare che se h, k, l sono gli indici di Miller e a il parametro reticolare di un cristallo cubico, la distanza interplanare d è data da

Equazione 6
$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

per l'Equazione 5 possiamo allora scrivere

Equazione 7
$$\sqrt{h^2 + k^2 + l^2} = \frac{a}{\mathbf{IL}} R$$

che è l'equazione di una retta di pendenza $\frac{a}{\mathbf{IL}}$

FIGURA

Possiamo così identificare tutti gli anelli legandoli al piano su cui il fascio di elettroni ha diffratto. Se è nota la struttura del cristallo, conosciamo a e possiamo ricavare la costante della camera L , perché R viene misurata e \mathbf{I} è nota dalla d.d.p. a cui abbiamo accelerato gli elettroni. Poi senza modificare nulla, poniamo il campione incognito, misuriamo R e ricaviamo a . Le misure sono buone perché vengono fatte su un gran numero di anelli.

Un cannoncino spara uniformemente nel tempo e nello spazio dei proiettili macroscopici. Davanti al cannoncino siano poste due fenditure attraverso le quali possono passare i proiettili. Ancora oltre, un rivelatore possa spostarsi su un piano parallelo alle fenditure e contare il numerosi proiettili arrivati in funzione della distanza x dal centro.

Chiudiamo la fenditura 2 e contiamo il numero i proiettili che, passando attraverso la fenditura 1, raggiungano lo schermo in una posizione x . Il rapporto

$$P_1 = \frac{n_1(x)}{N},$$

con N numero totale di proiettili sparati, dà ovviamente la probabilità che un proiettile raggiunga la posizione x passando per la fenditura 1.

Analogamente, chiudendo la fenditura 1 e lasciando aperta la fenditura 2 possiamo determinare

$$P_2 = \frac{n_2(x)}{N}$$

cioè la probabilità che un proiettile raggiunga la posizione x passando attraverso la fenditura 2. L'andamento delle curve P_1 e P_2 è quello mostrato nella figura precedente. Poiché i proiettili sono macroscopici siamo in grado di vedere se il singolo proiettile passa per 1 o per 2. Un evento esclude naturalmente l'altro.

Lasciando aperte le due fenditure, possiamo determinare la probabilità P_{12} che un proiettile raggiunga la posizione x passando indifferentemente per 1 o 2. Ci aspettiamo che sia

$$P_{12} = P_1 + P_2$$

come effettivamente risulta (vedi figura)

Ripetiamo l'esperimento sostituendo il cannoncino con una sorgente di onde meccaniche, ad esempio un'asta che percuota ritmicamente la superficie di un liquido in recipiente. La larghezza delle fenditure sia piccola rispetto alla λ dell'onda prodotta. Di fronte alle fenditure poniamo un rivelatore di intensità cioè uno strumento che dà un segnale proporzionale al quadrato dell'ampiezza dell'onda. Come prima, lasciamo aperta 1 e chiudiamo 2 per determinare I_1 (intensità rivelata in una data posizione x); lasciamo aperta 2 e chiudiamo 1 per determinare I_2 ; lasciamo aperte entrambe le fenditure e determiniamo I_{12} . Differentemente da quanto accadeva prima, si trova che

$$I_{12} \neq I_1 + I_2$$

All'uscita delle fenditure, infatti, le due onde interferiscono come in un tipico esperimento di Young

FIGURA

Ad un certo istante t , l'ampiezza delle onde uscenti da 1 e 2 è data rispettivamente da

$h_1 e^{i\omega t}$, $h_2 e^{i\omega t}$ cosicché l'intensità delle onde è:

$$I_1 = |h_1|^2, \quad I_2 = |h_2|^2$$

con h_1 e h_2 numeri complessi. L'intensità di un'onda è infatti sempre determinata da due numeri reali: l'ampiezza e la fase.

Quando due onde interferiscono quelle che si sommano sono le ampiezze, non le intensità, cosicché risulta:

$$I_{12} = |h_1 + h_2|^2 = |h_1|^2 + |h_2|^2 + 2|h_1||h_2|\cos \mathbf{d} \neq I_1 + I_2;$$

\mathbf{d} è la differenza di fase tra h_1 e h_2 .

Nel moto ondoso l'ampiezza (e dunque anche l'intensità) dell'onda può variare con continuità.

Alle quantità discrete dell'esperienza condotta con proiettili, nella quale $P_{12} = P_1 + P_2$ sostituiamo le quantità continue dell'esperienza condotta con onde in cui $I_{12} \neq I_1 + I_2$.

Ripetiamo infine l'esperimento con proiettili microscopici come gli elettroni. Ovviamente, riveliamo gli elettroni come quantità discrete.

FIGURA

Chiudendo la fenditura 2 otteniamo la distribuzione P_1 ; chiudendo la fenditura 1 otteniamo la distribuzione P_2 . Quando teniamo aperte entrambe le fenditure troviamo una distribuzione $P_{12} \neq P_1 + P_2$. Sorprendentemente, la curva P_{12} mostra fenomeni di interferenza che non avrebbero senso per quantità discrete. In analogia al caso delle onde, associamo agli elettroni che passano per 1 un numero complesso \mathbf{j}_1 (detto ampiezza di probabilità) tale che si abbia

$$P_1 = |\mathbf{j}_1|^2.$$

Analogamente poniamo

$$P_2 = |\mathbf{j}_2|^2$$

L'analogia con il caso delle onde è corretta in quanto l'esperienza dimostra che

$$P_{12} = |\mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2|^2$$

Incontriamo delle difficoltà quando cerchiamo di spiegare con concetti classici tali risultati. Potremmo pensare che gli elettroni nel loro viaggio dalla sorgente al rivelatore interferiscono in qualche modo tra loro. L'ipotesi è sicuramente sbagliata come mostra il fatto che emettendo elettroni con una frequenza molto bassa rispetto al tempo da essi impiegato per raggiungere il rivelatore, in modo che l'elettrone possa interagire solo con se stesso, si ottengono i medesimi fenomeni di interferenza. E' bene osservare che l'esperimento con gli elettroni è identico a quello con proiettili macroscopici solo apparentemente. Infatti mentre per i proiettili è facile dire da dove passano non è così per gli elettroni data la loro piccolezza. Se però troviamo un metodo per individuare quale sia la fenditura attraversata dall'elettrone (ad esempio emissione di un fotone in una direzione o in un'altra al passaggio dell'elettrone attraverso 1 o 2), ecco che la figura d'interferenza sparisce e si ritrova il risultato caratteristico dei proiettili macroscopici.

Quanto detto fin qui suggerisce la seguente descrizione: la probabilità che un evento abbia di verificarsi è un numero reale, modulo quadro di un numero complesso detto ampiezza di probabilità. Se l'evento può verificarsi con diverse alternative ma non sappiamo quale tra queste si verifichi, la sua probabilità è data da

$$P = \left| \sum_i \mathbf{j}_i \right|^2, \text{ dove } \mathbf{j}_i \text{ è l'ampiezza di probabilità dell'i-esima alternativa.}$$

Se invece riusciamo a determinare quale delle diverse alternative viene seguita, si ha

$$P = \sum_i |\mathbf{j}_i|^2. \text{ Ogni evento è caratterizzato da uno stato iniziale e uno stato finale del}$$

sistema. L'ampiezza di probabilità dell'evento è definita come il prodotto scalare tra i vettori che in un opportuno spazio rappresentano stato iniziale e stato finale. Ad esempio nell'esperienza delle due fenditure l'ampiezza di probabilità che un elettrone venga rivelato in una certa posizione x è data da $\mathbf{j} = \langle x | s \rangle$, dove $|s\rangle$ è il vettore che rappresenta lo stato iniziale imposto dalla sorgente ed $\langle x |$ il vettore che rappresenta lo stato finale determinato dal rivelatore in x . L'evento considerato, in effetti, può avvenire in due modi: l'elettrone arriva dalla sorgente in x attraverso 1 oppure attraverso 2.

In corrispondenza

$$\mathbf{j} = \langle x | s \rangle_1 + \langle x | s \rangle_2, \text{ dove per es. } \langle x | s \rangle_1 = \langle x | 1 \rangle \langle 1 | s \rangle.$$

E' facile spiegare in termini dell'ampiezza di probabilità l'esperienza di Davisson e Germer e in genere ogni esperienza di diffrazione di particelle. Prendiamo come esempio la diffrazione di neutroni ad opera di un cristallo perché permette di fare molte considerazioni di carattere generale.

Sia S una sorgente di neutroni monocromatici che incidono su un cristallo. Un rivelatore R conti il numero di neutroni diffratti in funzione dell'angolo \mathbf{J} .

FIGURA

Consideriamo l'evento in cui un neutrone parte da S e viene rivelato in R dopo aver interagito con uno degli atomi del cristallo. Il neutrone potrebbe interagire per es. con l'atomo 1; l'ampiezza di probabilità corrispondente è:

$$\langle \text{neutrone} - \text{in} - R | \text{neutrone} - \text{in} - S \rangle_1 = \langle R | 1 \rangle a \langle 1 | S \rangle$$

a è un numero complesso legato all'interazione elementare neutrone-atomo responsabile della deflessione. Nel caso considerato a è l'ampiezza di scattering, funzione dell'angolo \mathbf{J} . Se la diffusione è elastica cioè se il neutrone non cambia la sua energia cinetica nel processo non c'è modo di distinguere tra un'interazione e l'altra, cosicché

$$|\langle R | S \rangle|^2 = \left| \sum_i \langle R | S \rangle_i \right|^2 = |a|^2 \left| \sum_i \langle R | i \rangle \langle i | S \rangle \right|^2$$

La probabilità $|\langle R | S \rangle|^2$ si determina sperimentalmente contando i neutroni ad un fissato angolo \mathbf{J} . Si ottiene un andamento del tipo seguente:

FIGURA

Nella nostra descrizione abbiamo dimenticato un fatto. Così come gli atomi del cristallo anche i neutroni inviati dalla sorgente sono dotati di momento magnetico (spin). Nell'interazione neutrone atomo si può avere un'inversione (flip) di tale momento. L'ampiezza di probabilità che un neutrone vada da S in R interagendo con l' i -esimo atomo con inversione di spin è data da

.....

dove b è l'ampiezza di scattering con inversione di spin. Lo spin flip fornisce un mezzo per determinare con quali atomi interagiscono i neutroni. La probabilità totale di avere interazione con inversione di momento si ottiene dunque sommando le singole probabilità e non le ampiezze:

.....

Si ottiene una funzione che ovviamente non presenta picchi di interferenza. Nei casi reali il conteggio totale è la somma dei conteggi parziali relativi ai casi che abbiamo descritto:

.....

Ad un fondo uniforme si sovrappongono dei picchi secondo l'andamento seguente:

FIGURA

Da questo momento entriamo nel vivo della meccanica quantistica. Evitiamo di descrivere esperienze come la "polarizzazione dei fotoni" per introdurre il formalismo della meccanica quantistica; supponiamo infatti che questo sia noto dal corso di Istituzioni di Fisica Teorica.