Introduzione alla Meccanica Quantistica

Prof. G.Giansiracusa

A.A. 2004/2005

Indice

Capitolo 3

Critica della Meccanica Classica

3.1 Introduzione

Nella concezione della Meccanica Classica lo studio di un fenomeno consiste nel costruire un apparato sperimentale perfettamente riproducibile e nell'eseguire su di questo una successione ordinata di operazioni atte a garantire la ripetibilitá dei risultati.
Queste operazioni possono essere classificate in due gruppi essenzialmente distinti:

Operazioni di Preparazione: Queste devono garantire la ripetibilitá del processo per mezzo dell'esecuzione di procedure identiche anche in tempi e luoghi diversi.

Operazioni di Rivelazione (o Misure): Queste servono ad indagare le proprietá delle varie grandezze fisiche durante lo svolgersi del fenomeno.

La Meccanica Classica non è ignara del fatto che se si vogliono ottenere informazioni fisicamente rilevanti l'apparato sperimentale di misura deve entrare in interazione con l'oggetto, ma suppone che si possa sempre trovare un modo operativo che renda questa interazione tanto piccola quanto si vuole senza intaccare la correttezza, la precisione e l'attendibilitá dei risultati.

É questa la pretesa che sta alla base del carattere deterministico della Meccanica Classica . Infatti, se si ammette che l'osservazione non disturba sostanzialmente lo svolgersi del fenomeno, ha senso pretendere di conoscere ad ogni istante la sua configurazione e la sua velocitá : cioé il suo *stato fisico*.
In tal modo il risultato finale viene ad essere univocamente determinato (tramite le equazioni del moto) dalle condizioni iniziali imposte dalle operazioni di preparazione:

> *Ripetendo quante volte si vuole lo stesso esperimento nelle identiche condizioni iniziali (cioé di preparazione) si deve ottenere sempre lo stesso risultato fisico*

3.2 Una nuova Meccanica

Come abbiamo visto, esistono dei fenomeni che non possono essere inquadrati nel contesto della Fisica Classica. Tutti questi fenomeni hanno in comune la seguente caratteristica :

- *Le particelle che in essi intervengono sono cosí piccole che le azioni implicate sono dell'ordine di* $\hbar$
- *non é possibile inoltre eseguire osservazioni su di essi senza che sia perturbato in maniera importante il loro stesso svolgimento*

Ció mette in discussione uno dei fondamenti stessi della Meccanica Classica : *la pretesa di essere sempre capaci di condurre delle misure su un fenomeno senza che ne sia disturbato lo svolgersi.*
In realtà questa pretesa ha una sua giustificazione per i sistemi macroscopici quando sono interessati scambi di azione molto maggiori di $\hbar$: ad esempio nell'osservare il moto di Marte in realtà osserviamo la luce del Sole riflessa dal pianeta e ci sembra plausibile affermare che ciò non dovrebbe modificare la sua orbita se non in modo impercettibile!
Ben diversamente vanno le cose per sistemi microscopici. Per esempio, se vogliamo ottenere informazioni sulla posizione di un elettrone dobbiamo investirlo con un fascio di luce di frequenza ν ed andare a vedere da dove essa viene diffusa. Tuttavia la luce stessa é costituita da fotoni con i quali l'elettrone non puó scambiare energia per meno di $\epsilon = h \cdot \nu$ ed impulso per meno di $p = \frac{h}{\lambda}$. Queste quantitá sono già sufficienti ad alterare profondamente il moto degli elettroni. Inoltre questa perturbazione é incontrollabile dato che nell'atto della misura subisce delle modificazioni lo stesso apparato che serve a rivelare l'elettrone. *Si puó dire che durante l'operazione di misura il rivelatore e l'oggetto costituiscono un complesso inscindibile la cui condizione finale non é prevedibile a priori con assoluta certezza.*
É questo stato di cose che é del tutto estraneo al determinismo della Meccanica Classica. Non possiamo far altro che prendere atto della nuova situazione che si incontra quando sono coinvolte particelle microscopiche:

Eseguendo diverse volte la stessa misura nelle identiche condizioni sperimentali si possono ottenere risultati differenti

I fenomeni descritti nel capitolo precedente mettono in crisi un punto cruciale per la Meccanica Classica evidenziando la impossibilitá di eseguire osservazioni su in sistema fisico senza arrecargli una perturbazione che coinvolga uno scambio di azione non inferiore alla costante di Planck:

$$h = 6.625 \cdot 10^{-34} \qquad [J \cdot sec]$$

Questa proprietá dei sistemi fisici segna ancora un'altra incompatibilitá con la Meccanica Classica.
Infatti é idea generalmente condivisa che gli oggetti piú grandi siano formati da parti piú piccole e che lo studio del proprietá di queste ultime debba in linea di principio permetterci di comprendere il comportamento dei primi. Poiché in Meccanica Classica l'osservazione di un fenomeno non ne disturba lo svolgersi é naturale supporre che tutti gli oggetti dai piú grandi ai piú piccoli siano governate dalle stesse leggi fisiche. Perció in Meccanica Classica questo procedimento non ha limite intrinseco: ad ogni stadio siamo rinviati ad un problema analogo al precedente ed i termini *grande* e *piccolo* vengono ad assumere solo un significato relativo: ció che é considerato *piccolo* ad uno stadio della descrizione diviene *grande* quando se ne vogliono analizzare piú finemente le varie parti.

Tuttavia la crisi della Meccanica Classica ha evidenziato che ogni concetto per essere degno di valenza fisica deve essere operativamente osservabile cioé confermato dall'esperienza e questa ci ha mostrato inequivocabilmente che esiste un limite invalicabile alla finezza dei mezzi di osservazione: limite anche questo legato alla costante di Planck. Questo stato delle cose stabilisce anche un criterio oggettivo per distinguere gli oggetti grandi dai piccoli:

Grande o macroscopico *é un sistema in cui é coinvolta una quantitá di azione molto maggiore di h e che pertanto puó essere sottoposto ad osservazioni che arrecano ad esso un disturbo trascurabile;*

Piccoli o microscopici *sono invece quei sistemi in cui sono coinvolti valori di azione confrontabili con h*

Per studiare i fenomeni che coinvolgono i sistemi microscopici non si puó prescindere dai mutamenti in essi provocati dalle operazioni di misura. Lo schema classico non é piú sufficiente a descrivere questi fenomeni: é necessario invece edificare una nuova teoria che accetti a suo stesso fondamento la limitazione alla finezza delle operazioni di osservazione.

3.3 Le incompatibilità tra la nuova teoria e la Meccanica Classica

...***mettere altrove*** ...La nuova teoria deve rinunciare fin dall'inizio a fare uso di alcune nozioni care alla Meccanica Classica in quanto non sono operativamente verificabili. Tra queste vi é la nozione di traiettoria di una particelle. Infatti se vogliamo misurare con grande precisione la posizione di una particella microscopica (per esempio un elettrone) dobbiamo farla interagire con un fascio di fotoni di grande frequenza per rendere minori gli effetti diffrattivi, ma in tal caso l'interazione coinvolge uno scambio di energia $\epsilon = h\nu$ abbastanza

grande da alterare notevolmente il moto originario dell'elettrone. Viceversa se si usano fotoni di piccola frequenza (cioé grande lunghezza d'onda) diventano importanti gli effetti diffrattivi e ció renderá peggiore la precisione sulla posizione dell'elettrone: in entrambi i casi il concetto di traiettoria avrá perso senso. In conseguenza di ciò nella nuova teoria dovrà essere bandita la nozione di traiettoria
....
....

3.4 Il ruolo della Probabilitá nella Nuova Fisica

Abbiamo visto che nei fenomeni atomici i risultati degli esperimenti di misura sono fondamentalmente imprevedibili nella loro singolaritá. In questo ambito fenomenologico non puó piú essere utilizzato lo schema interpretativo della Meccanica Classica ma si deve cercare un metodo diverso per la descrizione dei sistemi fisici e delle loro proprietá: la *Meccanica Quantistica*. In altri termini bisogna individuare diversamente gli elementi che rendono ripetibili i risultati di una misura intrapresa su un qualsiasi apparato sperimentale. In base a ciò che abbiamo detto precedentemente, noi pensiamo di poter individuare questi elementi ripetibili nella esecuzione di una serie numerosa di esperimenti simili su sistemi identici tutti preparati alla stessa maniera. Con ciò intendiamo dire che ad ogni nuovo atto di misura utilizziamo lo stesso protocollo operativo mantenendo invariate le prescrizioni di preparazione e di rivelazione. Facciamo un esempio
Volendo misurare una variabile dinamica $\mathcal{A}$ noi eseguiremo N volte le stesse operazioni di misura preparando la sorgente S sempre allo stesso modo. Riassumiamo i risultati trovati in uno schema di questo genere:

$$\begin{array}{cccc} n_1 & \text{volte} & \text{il valore} & a_1 \\ n_2 & \text{volte} & \text{il valore} & a_2 \\ n_i & \text{volte} & \text{il valore} & a_i \\ & & & \ldots \end{array}$$

dove $\{a_1, a_2, \ldots, a_i, \ldots\}$ sono i valori trovati per la grandezza $\mathcal{A}$.
I numeri n_i crescono ovviamente al crescere del numero N degli esperimenti di misure effettuati; tuttavia ci accorgiamo che quando avremo eseguito una numerosissima serie di misure ($N \longrightarrow \infty$) saranno divenuti sempre più stabili i rapporti:

$$p(a_i) \equiv \lim_{N\to\infty} \frac{n_i}{N}$$

La stabilità di questi numeri $p(a_i)$ ci indica che tutta la serie $\{p(a_i)\}$ nella sua globalità dipende dalle condizioni in cui è stata preparata la sorgente S: in un certo senso la serie numerica $\{p(a_i)\}$ rappresenta una immagine delle condizione fisiche in cui si trova il sistema S all'atto della sua preparazione. Possiamo allora identificare in questa serie numerica uno di quegli elementi riproducibili che cercavamo per il nostro sistema fisico.
Ma quale valore epistemologico possiamo attribuire a questi numeri?
Per tentare una risposta a questa domanda ci poniamo il problema di prevedere il risultato di una ultima misura della variabile $\mathcal{A}$. A questo proposito tutto ciò che possiamo predire è che si troverà più facilmente uno di quei risultati che hanno avuto una maggior frequenza di conteggio. Questo significa che i numeri $p(a_i)$ possono essere interpretati come le probabilitá che in una singola misura della variabile $\mathcal{A}$ si ottenga come risultato il valore a_i
Ció che richiediamo alla nuova teoria é quindi la capacitá di predire queste probabilità una volta che siano assegnate le condizioni in cui è stato preparato il sistema fisico sotto osservazione. Inoltre la distribuzione di probabilità $\{p(a_i)\}$ è un indice delle condizioni fisiche in cui è stato preparato il sistema S.
Dobbiamo a questo punto chiarire che in generale non vi è corrispondenza biunivoca tra la condizione fisica del sistema S e la distribuzione $\{p(a_i)\}$: può avvenire infatti di ritrovare la stessa serie numerica eseguendo misure di $\mathcal{A}$ sul sistema S preparato però in differenti condizioni fisiche. In questo caso se vogliamo capire in cosa differiscono le varie condizioni in cui può essere preparato un sistema dobbiamo eseguire misure complete di *tutte* le grandezze $\{\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \ldots, \mathcal{Z}\}$ fisicamente rilevanti al fine di ottenere le probabilità $\{p(a_i)\}$, $\{p(b_i)\}$, $\{p(c_i)\}$,..., $\{p(z_i)\}$. Noi pensiamo che non solo l'insieme di tutte queste distribuzioni sia determinato univocamente dalle condizioni fisiche in cui è stato preparato il sistema ma che anzi non vi siano altre condizioni di preparazione cui competono le stesse distribuzioni di probabilità. Tutte queste distribuzioni nella loro globalità di devono ritenere perciò l'immagine più fedele che possiamo costruirci delle condizioni fisiche con cui è stato preparato il sistema. In un certo senso l'insieme di tutte queste distribuzioni di probabilità costituisce la massima informazione fisicamente ottenibile sul sistema fisico preparato in quelle particolari condizioni di sorgente.
Da ora in poi ci riferiremo a questa informazione ottenuta tramite misure sul sistema fisico usando il termine *stato quantistico di sorgente*.

3.4.1 Ruolo della probabilitá negli esperimenti *à la Young*

Alla luce del nuovo modo di operare torniamo ora alla interpretazione dei risultati degli esperimenti *à la Young* descritti nel capitolo precedente. La prima cosa da chiarire riguarda quella grandezza che abbiamo chiamato talvolta

intensitá e tal'ora frequenza di conteggio.
Molto semplicemente l'intensitá puó essere definita come il numero di particelle rivelate nella stessa posizione spaziale durante lo svolgersi dell'esperimento quando la sorgente é cosí debole da emettere una particella alla volta. Inoltre in questi esperimenti abbiamo sempre prestato la massima attenzione possibile per essere sicuri che la sorgente preparasse le particelle sempre nelle stesse condizioni fisiche. Malgrado ció abbiamo visto che i protoni non raggiungono tutti lo stesso punto sul secondo schermo proprio come succedeva ai proiettili della mitragliatrice. Entra cosí in gioco in Fisica con un ruolo preponderante il concetto di probabilitá . Del resto ci si accorge facilmente che prolungando il tempo dell'esperimento diventano sempre piú stabili i rapporti tra i numeri di particelle rivelate da ogni fotomoltiplicatore ed il numero totale di particelle emesse dalla sorgente. Possiamo in queste condizioni interpretare uno qualsiasi di questi rapporti come la probabilitá che una particella emessa dalla sorgente venga rivelata da un dato fotomoltiplicatore.
Inoltre quel numero complesso (l'ampiezza) φ_i che abbiamo dovuto attribuire ad ogni alternativa realizzabile S_i può essere definito in maniera tale che il suo modulo quadrato sia precisamente uguale alla probabilità della stessa alternativa. Possiamo allora riassumere in termini probabilistici le prescrizioni sugli esperimenti à la Young del capitolo precedente:

Regola a- Se le alternative possibili sono mutuamente esclusive (aut S_1 aut S_2)allora la probabilità complessiva che si realizzi quel dato risultato è data dalla somma delle probabilità parziali:

$$P_{12} = P_1 + P_2 = |\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2 \tag{3.1}$$

Regola b- Se invece le alternative possibili che danno luogo allo stesso risultato sono di tipo interferente (cioè quando l'apparato sperimentale non è capace di risolvere queste alternative) allora la probabilità totale di quel dato risultato si ottiene calcolando il modulo quadrato della somma delle ampiezze assegnate a ciascuna alternativa:

$$\begin{aligned}
\varphi_{12} &= \varphi_1 + \varphi_2 \\
P_{12} &= |\varphi_{12}|^2 = |\varphi_1 + \varphi_1|^2 \\
&= |\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2 + 2\Re(\varphi_1 \cdot \varphi_2^*)
\end{aligned}$$

Si può notare che la Regola **a)** altro non è che la Regola Classica di Laplace sulla composizione delle probabilitá per eventi mutuamente esclusivi: *la probabilità che si realizzi uno qualsiasi fra un certo numero di eventi mutuamente esclusivi è data dalla somma delle probabilità con cui si realizza ognuno di tali*

eventi.
È bene a questo proposito mettere in evidenza che la validità di questa proposizione risiede nel fatto che qui abbiamo la possibilità sperimentale di classificare con sicurezza gli eventi in due gruppi mutuamente esclusivi: infatti se un protone è passato attraverso la fenditura S_1 non può essere passato attraverso la fenditura S_2 e viceversa.

La Regola **b)** per le alternative interferenti è invece completamente nuova ed è stata introdotta *ad hoc* per rendere conto del comportamento molto particolare dei sistemi microscopici.
Queste regole si prestano subito all'ovvia generalizzazione dell'esperienza di Young in cui nello schermo sono state praticate $N > 2$ fenditure disposte in reticolo. In questo caso la probabilità totale di rivelare un protone in un punto y del secondo schermo sarà data da:

$$P = \left| \sum_{i=1}^{N} \varphi_i \right|^2 \tag{3.2}$$

3.4.2 Il senso fisico delle alternative e le nuove regole

Dobbiamo ora riconoscere che quel che abbiamo detto a proposito degli esperimenti di Young deve subire necessariamente una generalizzazione ulteriore affinchè possa essere utilizzato per la descrizione di un qualsiasi processo microscopico. In un certo senso gli esperimenti di Young e la loro interpretazione devono essere considerati come dei modelli o schemi da esportare nella descrizioni di tutti gli altri sistemi fisici.
Seguendo la traccia segnata dalle discussioni precedenti noi porremo a fondamento della nuova Meccanica le seguenti affermazioni:

- Ad ogni evento che può aver luogo in natura bisogna associare un numero complesso φ (la sua ampiezza) in modo tale che il suo modulo quadrato sia uguale alla probabilitá P che esso si verifichi:

$$P = |\varphi|^2 \tag{3.3}$$

- Se alla realizzazione di uno stesso evento (per esempio il risultato di una misura) concorrono diverse vie alternative mutuamente esclusive allora la probabilitá complessiva per la realizzazione dell'evento é data dalla somma delle diverse probabilitá legate a ciascuna via:

$$P = P_1 + P_2 = |\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2 \tag{3.4}$$

- Se le alternative sono interferenti (cioé non risolubili dall'apparato sperimentale) allora la probabilitá complessiva é data dal modulo quadrato della somma delle differenti ampiezze:

$$P = |\varphi_1 + \varphi_2|^2 \tag{3.5}$$

Si pone qui il problema di dare un significato più preciso al termine "*alternativa*" che abbiamo coniato precedentemente. A questo proposito un importante suggerimento ci viene ancora dagli esperimenti di Young dove una alternativa è correlata al passaggio del protone attraverso una data fenditura. Notiamo allora che conoscere la fenditura attraversata dal protone significa sapere quali sono le coordinate del protone quando emerge dal primo schermo. In altri termini (almeno negli esperimenti di Young) una *alternativa* corrisponde alle condizioni in cui viene lasciato il protone in seguito ad una misura di posizione. Siamo allora condotti a dire che anche per tutti i sistemi fisici le alternative possibili con cui si può realizzare un processo fisico sono sempre in corrispondenza con una operazione di misura di una qualche variabile dinamica.
È necessario a questo punto riferire anche per sommi capi il particolare modo in cui la Meccanica Quantistica descrive il processo di misura.

3.5 La misura in Meccanica Quantistica

Come abbiamo già visto, per eseguire su un sistema fisico $\mathcal{S}$ delle misure attendibili di una variabile dinamica $\mathcal{A}$ dobbiamo effettuare un numero N molto elevato di esperimenti simili avendo cura ogni volta che vengano rispettati gli stessi protocolli di preparazione del sistema e di rivelazione.
Affinchè l'interpretazione fisica dei risultati sia coerente bisogna che siano affrontati due questioni importanti:

1. Trovare un criterio oggettivo che dia la certezza di aver preparato ogni volta il sistema S nelle stesse condizioni fisiche;

2. Determinare quali sono le condizioni fisiche in cui il sistema fisico $\mathcal{S}$ viene a trovarsi al termine di ogni singola misura.

Riguardo al punto 1. possiamo dire che l'unica garanzia di aver preparato il sistema S sempre nelle stesse condizioni si può avere solo quandoi risultati ottenuti diventano statisticamente stabili al crescere indefinito del numero N di prove. Se invece ci accorgiamo che non si ottiene mai la stabilità statistica per quanto grande sia il numero di prove N allora possiamo dire che le operazioni di preparazione non sono sufficienti a garantire di aver preparato il sistema ogni volta nelle stesse condizioni.
Per quanto attiene al punto 2. premettiamo le seguenti osservazioni:

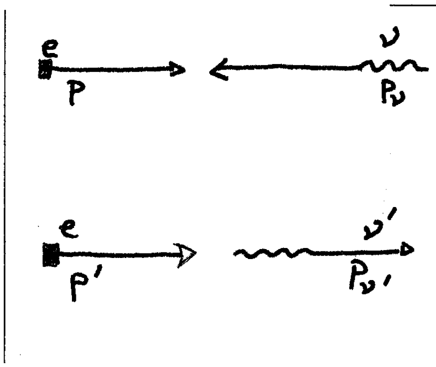
> Durante l'esecuzione di una misura il sistema S e l'apparato rivelatore R formano un corpo unico la cui evoluzione non è prevedibile con esattezza a causa della interazione finita tra le sue parti.
> Una volta terminata la misura il sistema S può di nuovo essere trattato come un corpo indipendente dal dispositivo di rivelazione e verrà a trovarsi in un ben definito stato dinamico dipendente solo dalle sue caratteristiche intrinseche.
> Come risultato della virulenta interazione con il dispositivo di rivelazione il sistema S al termine della misura viene a trovarsi in uno stato fisico ψ completamente differente dal suo stato di preparazione e per di più senza alcuna relazione causale con esso.

Questo drammatico cambiamento di stato che il sistema subisce in una misura viene chiamato ***riduzione del pacchetto d'onde***.
La perturbazione che causa la riduzione del pacchetto d'onde è incontrollabile in quanto è dovuta all'esistenza di un limite inferiore non nullo che una qualsiasi osservazione arreca al sistema (che è legata al valore finito della costante di Planck $\hbar$).
Esiste tuttavia anche un altro tipo di modificazioni dovute anch'esse al processo di misura ma il cui valore può essere in linea di principio calcolabile esattamente (quando si trascurino gli errori sperimentali purtroppo sempre presenti). Il seguente esempio servirà a chiarire la loro origine.

3.5.1 Una misura di impulso

Un dispositivo di sorgente produce un fascio di elettroni ben collimato nella direzione x e con un ben definito impulso il cui valore p si vuole misurare. A questo fine si fa collidere il fascio di elettroni con un fascio di fotoni di frequenza ν proveniente dal verso opposto nella stessa direzione. Alcuni dei fotoni che hanno subito un urto con gli elettroni vengono diffusi all'indietro per effetto Compton con una frequenza $\nu\prime$ minore di ν. Le formule riportate in fig. 3.5.1 ottenute nell'ambito di una approssimazione di primo ordine in β della teoria relativistica dell'effetto Compton ci permettono di calcolare sia l'impulso iniziale degli elettroni del fascio sia l'impulso $p\prime$ degli elettroni che hanno subito l'urto con i fotoni.

Come si vede dopo la misura gli elettroni abbandonano la regione di interazione con un impulso diverso da quello iniziale cioè vengono lasciati in uno stato di rivelazione diverso dallo stato in cui erano stati preparati. La modificazione $\Delta p \equiv p\prime - p$ può essere resa inoltre arbitrariamente piccola usando fotoni di



$$p = h/\lambda \qquad \lambda' - \lambda = \frac{2h}{mc}$$

$$\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} = \frac{2h}{mc^2} \; ; \quad \nu' = \frac{mc^2 \nu}{mc^2 + 2h\nu}$$

$$p = mc\frac{\nu' - \nu}{\nu' + \nu} + \frac{h}{2c}(\nu + \nu')$$

$$p' = mc\frac{\nu' - \nu}{\nu' + \nu} - \frac{h}{2c}(\nu + \nu')$$

Figura 3.1: Misura dell'impulso di un fasci di elettroni

sempre minor frequenza. Tuttavia la modificazione Δp non deve essere confusa con la perturbazione incontrollabile che accompagna sempre una operazione di misura, infatti essa si può calcolare con un precisione comunque elevata. Ciò che invece in questo caso è incontrollabile sono la posizione e l'istante in cui avviene l'urto tra il fotone e l'elettrone.

3.5.2 Le misure ideali

Siamo così portati ad ammettere la possibilità di condizioni ideali di misura in cui queste modificazioni (che in linea di principio sono esattamente calcolabili) siano state del tutto eliminate mentre siano rimaste presenti solamente le incontrollabili perturbazioni tipiche del microcosmo. Misure di questo tipo si possono considerare come casi limite di operazioni effettivamente realizzabili e vengono indicate con il nome di ***misure ideali***.

In una misura ideale sostanzialmente si suppone che la variabile da misurare non viene modificata durante l'interazione sistema-rivelatore. In un certo senso una misura ideale funzione come una specie di filtro per la variabile dinamica che si sta controllando: il sistema abbandona il rivelatore mantenendo per quella variabile dinamica lo stesso valore numerico che é stato misurato.

Consideriamo ora un sistema S preparato in uno stato di ingresso ben definito $\psi_i n$ ed eseguiamo su di esso una misura ideale di una certa grandezza $\mathcal{A}$. Indichiamo con a il valore che abbiamo misurato per quella grandezza. Ci proponiamo il problema di sapere se le condizioni fisiche con cui il sistema esce dal rivelatore sono o no correlate al valore misurato della grandezza $\mathcal{A}$. Per questo proposito sul sistema appena uscito fuori dalla prima misura intraprendiamo una seconda misura ideale di $\mathcal{A}$ e poi un'altra e un'altra ancora. Ciò che avviene è che tutte le misure successive di $\mathcal{A}$ producono invariabilmente lo stesso valore misurato a. Il significato che noi attribuiamo a questo stato di cose è che ogni volta che il sistema esce dall'interazione con l'apparato di misura di $\mathcal{A}$ che ha prodotto quel dato valore esso viene a trovarsi sempre in una particolarissima

condizione fisica che chiamiamo ***stato di rivelazione***. La particolarità di uno stato di rivelazione della grandezza $\mathcal{A}$ consiste in questo: se si eseguono altre misure ideali di $\mathcal{A}$ si trova ancora e sempre lo stesso valore a. Possiamo dire che una misura ideale di $\mathcal{A}$ lascia il sistema nello stato di rivelazione per il quale é perfettamente determinato il valore numerico a di quella variabile. In altri termini la distribuzione statistica delle misure di $\mathcal{A}$ ha deviazione standard nulla. La conclusione è che ogni volta che troviamo per $\mathcal{A}$ il valore misurato a il sistema viene lasciato sempre in uno stesso stato di rivelazione indipendentemente dallo stato in cui esso era stato inizialmente preparato.
La misura ideale è in un certo senso un filtro che distrugge ogni informazione precedente sul sistema e produce un ben preciso stato di rivelazione che non ha alcuna correlazione con lo stato di preparazione del sistema. Il sistema stesso ha perso dopo la misura ogni informazione sulle sue condizioni precedenti. Come si comprende stiamo parlando con altri termini proprio della riduzione del pacchetto d'onde.
....

3.5.3 Ampiezza di un processo di misura

Come abbiamo già avuto modo di dire la Meccanica Quantistica attribuisce ad ogni processo fisico un numero complesso che abbiamo chiamato ampiezza dei quel processo. Ciò si deve fare anche per i processi di misura di una qualsiasi grandezza. Possiamo perciò introdurre l'ampiezza del processo di misura in cui abbiamo preparato il sistema in uno stato di ingresso ψ_{in} e su di esso abbiamo eseguito una misura della grandezza $\mathcal{A}$ che ha prodotto il valore a. Indicheremo questa ampiezza con il simbolo

$$\langle\ a \mid \psi_{in}\ \rangle \tag{3.6}$$

Il significato fisico di questo numero complesso è che il suo modulo quadrato fornisce la probabilità che avendo preparato il sistema nello stato di ingresso $\langle\ a \mid \psi_{in}\ \rangle$ una misura di $\mathcal{A}$ produce il valore a:

$$P(\psi_{in} \to a) \equiv |\langle\ a \mid \psi_{in}\ \rangle|^2 \tag{3.7}$$

Tutto ciò è anche suscettibile di un'altra interpretazione. Sappiamo infatti che dopo la misura ideale di $\mathcal{A}$ il sistema viene a trovarsi nello stato di rivelazione che chiamiamo ψ_{out}, quindi il numero complesso $\langle\ a \mid \psi_{in}\ \rangle$ è anche l'ampiezza di rivelare nello stato di rivelazione ψ_{out} il sistema preparato nello stato ψ_{in} per mezzo di misure della grandezza $\mathcal{A}$. A significare questa identità di interpretazioni noi indicheremo l'ampiezza precedente anche con il seguente simbolo:

$$\langle\ \psi_{out} \mid \psi_{in}\ \rangle \tag{3.8}$$

Questa notazione ha il pregio di mettere in evidenza che il processo di misura coinvolge sempre due stati:

lo stato di ingresso ψ_{in} in cui il sistema è stato preparato
lo stato di rivelazione ψ_{out} in cui il sistema è stato rivelato

3.5.4 ?????

Se interrompiamo il corso di un evento prima che esso sia portato a compimento (per esempio andando ad osservare il suo stato intermedio) si perturba necessariamente la costruzione dell'ampiezza complessiva. Infatti l'osservazione intermedia porta il sistema in uno stato particolare escludendo in tal modo la possibilitá che esso possa trovarsi negli altri stati precedentemente possibili. Questi ultimi non possono essere piú considerate come alternative possibili e le ampiezze ad essi relative non possono essere piú messe in conto nel calcolo della probabilitá composta.