

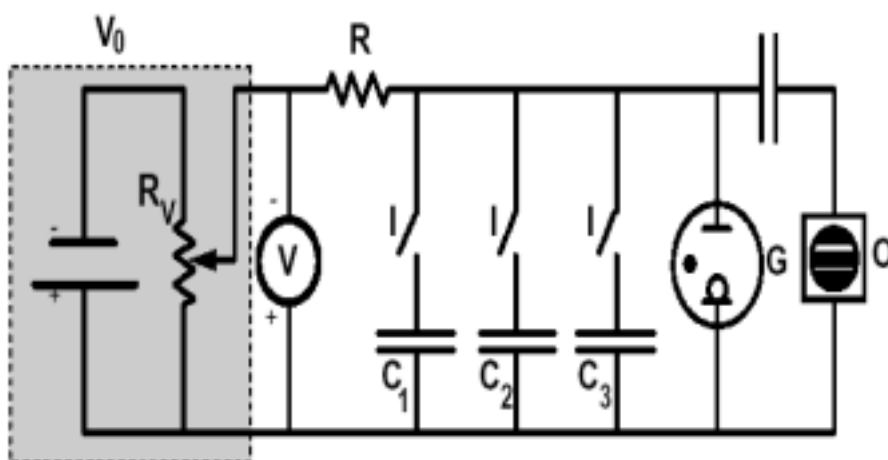
Realizzazione e studio di un oscillatore a denti di sega

De Domenico Manlio

Laboratorio di Fisica Sperimentale dell'Università degli Studi di Catania

Sommario

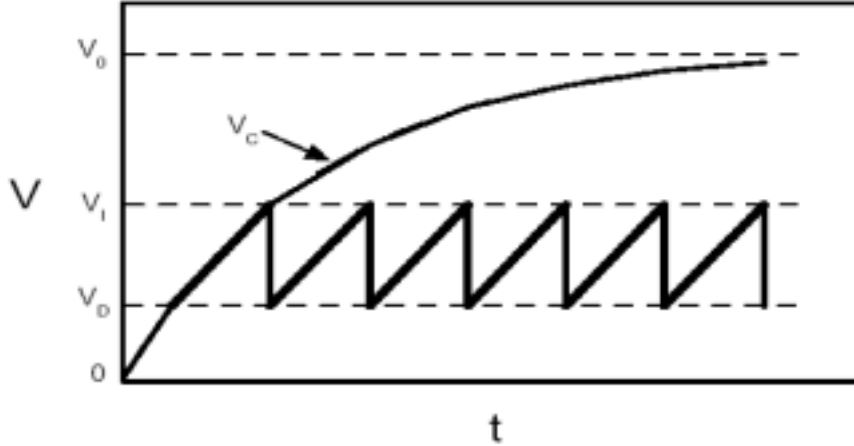
Presento lo studio relativo ad un oscillatore a denti di sega e i risultati ottenuti presso il Laboratorio di Esperimentazioni di Fisica II del dipartimento di fisica di Catania. La mia attenzione si è focalizzata sul rilievo della tensione di innesco V_i , delle differenze di tensione di innesco e di disinnesco V_d e del periodo T delle oscillazioni, per verificare l'andamento teorico atteso.



Un circuito basato sulla carica relativamente lenta di un condensatore C^1 attraverso una resistenza, seguita subito dopo da una scarica molto più rapida del condensatore stesso attraverso una valvola a gas (G in figura) è detto *oscillatore a dente di sega*.

Collegando a tale circuito un oscilloscopio a raggi catodici in modo che al suo ingresso sia presente la stessa tensione variabile nel tempo che c'è ai capi della valvola G , è possibile visualizzare su uno schermo la forma dell'onda prodotta, appunto un 'dente di sega', come rappresentato in figura:

¹In questa esperienza sono stati utilizzati rispettivamente: un condensatore, 2 e infine 3 condensatori in parallelo, collegati e scollegati tramite gli interruttori I .



Quando chiudiamo l'interruttore I , il condensatore comincia a caricarsi attraverso la resistenza R . La d.d.p. V_c ai capi del condensatore e della valvola cresce con legge esponenziale

$$V_c = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (1)$$

La presenza di G in parallelo a C , modifica però il comportamento del circuito: infatti, una volta che la tensione ha raggiunto il valore di innesco V_i della scarica nel gas, la valvola G si ionizza diventando conduttrice e poichè la sua resistenza è trascurabile rispetto a R , la fase di carica si interrompe qualche istante e attraverso G stessa il condensatore si scarica in un tempo breve rispetto al tempo della sua fase di carica.

La scarica procede dal valore di innesco V_i fino a quello di disinnesco V_d (vedi figura), valore per cui il gas cessa la ionizzazione e dunque non è più conduttore; G non lascia passare più corrente e con la costante di tempo $\tau = RC$ riprende a caricarsi, per poi raggiungere nuovamente la tensione V_i e ricominciare l'intero ciclo appena descritto.

Sullo schermo dell'oscilloscopio è possibile visualizzare questo andamento periodico.

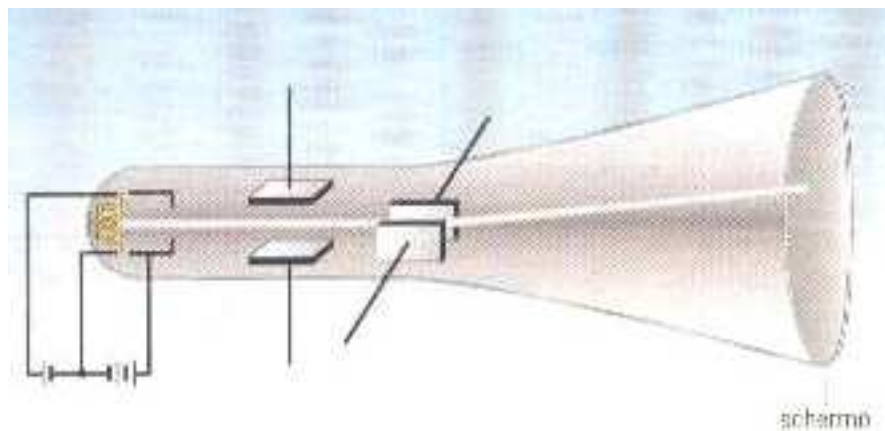
1 Oscilloscopio a raggi catodici

Un oscilloscopio è costituito da un contenitore di vetro dove è praticato del vuoto spinto. Al suo interno è presente un filamento percorso da corrente che riscalda il catodo causando un'emissione di elettroni per effetto termoelettronico.

Tale emissione è resa possibile dal fatto che il metallo ricoprente il catodo ha un basso potenziale di estrazione: di conseguenza basta fornire ai suoi elettroni energia non eccessiva sotto forma di calore (che si forma per effetto joule al passaggio della corrente nel filamento) per estrarli dal metallo stesso.

Gli elettroni estratti sono poi accelerati da un potenziale positivo per essere infine deflessi da un sistema di condensatori piani alimentati da tensioni in uscita V_x e V_y .

Una volta deflessi, gli elettroni raggiungono lo schermo del tubo dove è depositato del fosforo² che trasforma l'energia cinetica dell'elettrone in luce visibile.



Quello che comparirà sullo schermo sarà un punto luminoso $P(x, y)$, le cui coordinate sono associate alle tensioni fornite V_x e V_y . Dunque avremo

$$\begin{aligned}x &= k_x V_x \\y &= k_y V_y\end{aligned}$$

con k_x e k_y due costanti dipendenti dalle placchette deflettrici e dal potenziale anodico. Lo scopo di questo dispositivo è quello di trasformare intervalli di tempo in intervalli apprezzabili dallo sperimentatore come uno spostamento sullo schermo graduato dell'oscilloscopio.

Durante l'esperimento, la regolazione opportuna delle apposite manopole si è resa necessaria per rendere quasi continua la figura a dente di sega, e ho avuto cura di regolare opportunamente anche l'intensità luminosa e il suo spessore.

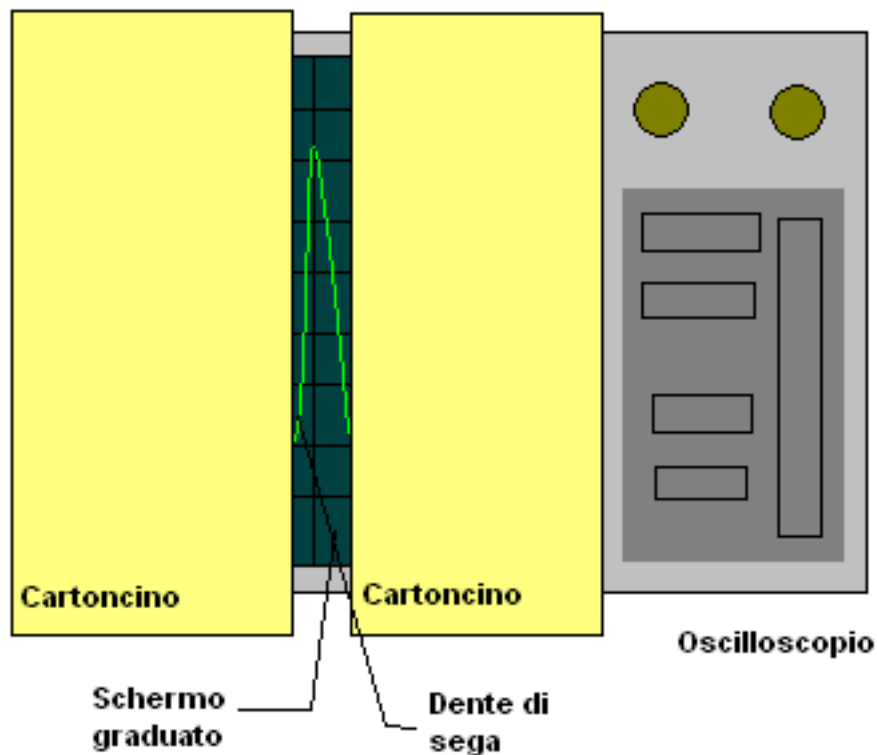
In dotazione all'esperienza era presente anche un timer, che avrebbe dovuto aiutarmi a misurare l'intervallo di tempo tra due lampi successivi della lampadina, una volta inseriti i 3 condensatori in parallelo e dunque aumentando notevolmente il periodo dell'oscillazione.

Una tale misurazione però sarebbe stata affetta pesantemente dall'errore: infatti i miei riflessi dell'ordine del decimo di secondo alterano inevitabilmente il valore delle misura. Dunque ho deciso di procedere come segue:

- Ho realizzato due 'schermi' con due cartoncini rigidi;
- Al momento della lettura sull'asse delle x , ho applicato sullo schermo dell'oscilloscopio i due schermi realizzati (parallelamente alle sue graduazioni verticali) avendo cura di lasciare tra i bordi interni di questi una distanza osservabile;
- Regolando opportunamente tale distanza e attendendo che un singolo 'dente' cadesse entro la zona non coperta dai due schermi, sono stato in grado di misurare più accuratamente la sua larghezza.

²Una sostanza fluorescente.

Quanto detto è riassunto brevemente in figura:



Volendo ora calcolare il periodo T dell'oscillazione, va osservato che esso si potrebbe confondere con il tempo di carica, visto che il tempo di scarica risulta trascurabile nei confronti del primo. Basta allora determinare quei valori di t che soddisfano la (1) per V_c pari a V_i e V_d e farne la differenza. Risolvendo la (1) rispetto a t si ha:

$$t = RC \ln\left[\frac{V_0}{V_0 - V_c}\right] \quad (2)$$

da cui, per $V_c = V_i$ e $V_c = V_d$, rispettivamente, si ha il periodo $T = t_i - t_d$, che sostituendo nella (2) e risolvendo algebricamente, porta all'espressione

$$T = RC \ln\left[\frac{V_0 - V_d}{V_0 - V_i}\right] \quad (3)$$

Si nota come il periodo oltre a dipendere, come era da aspettarsi, dalle tensioni di innesco e di disinnesco, dipende anche dalla costante di tempo RC e da V_0 : questo mi suggerisce di verificare la (3) per più tensioni V_0 .

2 Apparato sperimentale

Il materiale che ho utilizzato in laboratorio consisteva in:

- *Cassetta* contenente la resistenza $R = (4.700 \pm 0.235)M\Omega$ e le capacità C_1, C_2, C_3 collegate ad interruttori I per collegare e scollegare uno o più condensatori;
- *Generatore* di tensione in continua con voltmetro ad ago (non utilizzato per la misura della tensione);
- *Voltmetro* di c.p. 2.5, 50 divisioni (range da 0 a 100 V) e fondo scala a 300 V;
- *Valvola a gas G* collegata tramite opportune uscite della cassetta;
- *Oscilloscopio a raggi catodici* il cui schermo è diviso lungo i due assi, in tacche pari al valore indicato dalle manopole, inoltre ognuna di queste è ulteriormente suddivisa in 5 tacchette che danno la sensibilità massima di lettura di $\frac{1}{5}$ della sensibilità indicata sulle manopole.

I valori per le capacità sono stati forniti dal costruttore, risultando impossibile misurarle direttamente con un tester, sono obbligato ad accettarli e ad assumerli come costanti, in quanto non è stata fornita nessuna indicazione riguardante l'errore su essi.

I due cartoncini che ho utilizzato come schermi come spiegato in precedenza, non erano in dotazione all'esperienza ma sono stati costruiti da me.

3 Esecuzione dell'esperienza

Il circuito è già montato, dunque mi sono preoccupato inizialmente di rilevare il valore della tensione di innesco V_i .

Questa è stata ottenuta sconnettendo tutte le capacità per evitare oscillazioni e variando la tensione dal generatore e cercando quel valore limite di V_c sotto il quale la lampadina non si accendeva e sopra il quale invece essa cominciava a illuminarsi. Tale valore rilevato è stato di $36.5V$ (avendo potuto apprezzare la mezza divisione) con f.s. a $300V$, dunque $V_i = 109.5V$.

Una volta rilevata V_i , ho inserito tramite l'interruttore I la capacità più piccola $C_3 = 33nF$ e ho portato la tensione a $V_0^{(1)} = 240V$.

Regolando opportunamente le manopole dell'intensità luminosa, della posizione e dello spessore, ho visualizzato i denti di sega sullo schermo dell'oscilloscopio. Dunque posizionando i cartoncini in maniera tale che i loro bordi interni fossero distanziati e contemporaneamente paralleli alle divisioni verticali dello schermo dell'oscilloscopio, ho atteso che un singolo dente di sega cadesse nella zona non coperta dello schermo. Regolando accuratamente questa distanza, sono riuscito a visualizzare un singolo dente di sega completo all'interno della zona scoperta, potendo rilevare la distanza sull'asse delle x .

Per l'asse delle y è bastato attendere che la punta e la base del dente di sega lo intersecassero.

Inserendo via via in parallelo, rispettivamente, le capacità $C_2 = 100nF$ e $C_1 = 100nF$, ho ripetuto le misurazioni come appena esposto, rilevando i valori:

$V_0(V)$	$C(nF)$	$x[= T(ms)]$	$y[= V_i - V_d(V)]$	γ_T	$\gamma_{V_i-V_d}$
240	33	38 ± 2	27 ± 1	0.05	0.04
240	133	150 ± 10	26 ± 1	0.07	0.04
240	233	260 ± 20	25 ± 1	0.08	0.04

Ripetendo questa procedura per altre tensioni, riporto i valori rilevati nelle seguenti tabelle:

$V_0(V)$	$C(nF)$	$x[= T(ms)]$	$y[= V_i - V_d(V)]$	γ_T	$\gamma_{V_i-V_d}$
270	33	32 ± 4	27 ± 1	0.12	0.04
270	133	120 ± 20	26 ± 1	0.17	0.04
270	233	200 ± 40	25 ± 1	0.20	0.04

$V_0(V)$	$C(nF)$	$x[= T(ms)]$	$y[= V_i - V_d(V)]$	γ_T	$\gamma_{V_i-V_d}$
300	33	28 ± 4	27 ± 1	0.14	0.04
300	133	120 ± 20	26 ± 1	0.17	0.04
300	233	200 ± 40	25 ± 1	0.20	0.04

L'errore su $V_i - V_d$ si è mantenuto costante, poichè non ho agito sulla manopola che variava la sensibilità su y , al contrario l'errore su T varia in quanto ho agito sulla manopola che variava la sensibilità su x .

4 Analisi dei dati sperimentali

Le tabelle precedenti oltre ai valori sperimentali riportano anche l'errore relativo su essi.

La prima sessione di misure presenta errori accettabili sotto il 10%; la seconda e la terza sessione, per V_0 via via maggiori, presentano invece misure affette da errori non accettabili al di sotto del 20%.

Questo è spiegato dal fatto che ho dovuto cambiare la sensibilità sulla manopola del periodo per poter visualizzare ogni volta più denti da poter misurare con il metodo in precedenza esposto. Tuttavia, credo anche che questo problema sarebbe stato risolto se lo schermo dell'oscilloscopio fosse stato qualche centimetro più largo, o se avessi avuto la possibilità di scegliere le opportune capacità da inserire e disinserire.

L'errore teorico sul periodo T è dato da

$$\Delta T = \left| \frac{\partial T}{\partial R} \cdot \varepsilon_R \right| + \left| \frac{\partial T}{\partial V_0} \cdot \varepsilon_{V_0} \right| + \left| \frac{\partial T}{\partial V_i} \cdot \varepsilon_{V_i} \right| + \left| \frac{\partial T}{\partial V_d} \cdot \varepsilon_{V_d} \right| \quad (4)$$

L'errore su R è fornito dal costruttore, mentre ho considerato nullo l'errore su C in quanto non mi è stato possibile misurarla e il costruttore non ha fornito dati riguardanti il margine di errore.

L'errore dovuto alla classe di precisione del voltmetro è dato da

$$\varepsilon_{cp} = \frac{c.p. \cdot f.s.}{100} \quad (5)$$

ovvero $\varepsilon_{cp} = 7.5V$, poichè $c.p. = 2.5$ e $f.s. = 300V$. Inoltre dico che la sensibilità di lettura del voltmetro vale $\varepsilon_l = 3V$, poichè con 50 divisioni e al f.s. suddetto, ho apprezzato la mezza divisione.

Poichè l'errore totale è $\varepsilon_{V_i} = \sqrt{\varepsilon_{cp}^2 + \varepsilon_l^2}$, ottengo la stima finale di V_i :

$$V_i = 109.5 \pm 8.1V \quad (6)$$

con un errore relativo del 7.4%.

Osservo che $V_d = V_d(V_i, V')$, essendo $V' = V_i - V_d$. Di conseguenza l'errore su V_d sarà

$$\varepsilon_{V_d} = \left| \frac{\partial V_d}{\partial V'} \cdot \varepsilon_{V'} \right| + \left| \frac{\partial V_d}{\partial V_i} \cdot \varepsilon_{V_i} \right| \quad (7)$$

che da quanto detto finora, risulta $\varepsilon_{V_d} = 9.1V$.

In definitiva, sviluppando la (4), si ottiene

$$\begin{aligned} \Delta T = & \left| C \ln \left[\frac{V_0 - V_d}{V_0 - V_i} \right] \cdot \varepsilon_R \right| + \left| RC \frac{V_d - V_i}{(V_0 - V_i)(V_0 - V_d)} \cdot \varepsilon_{V_0} \right| + \\ & + \left| RC \frac{1}{V_0 - V_i} \cdot \varepsilon_{V_i} \right| + \left| RC \frac{1}{V_d - V_0} \cdot \varepsilon_{V_d} \right| \end{aligned} \quad (8)$$

Riassumo quanto trovato finora nelle seguenti tabelle:

$V_0(V)$	$C(nF)$	$x [= T_{oss}(ms)]$	$T_{teor}(ms)$	$\gamma_{T_{oss}}$	$\gamma_{T_{teor}}$
240 ± 8.1	33	38 ± 2	29.17 ± 21.70	0.05	0.74
240 ± 8.1	133	150 ± 10	113.57 ± 87.27	0.07	0.77
240 ± 8.1	233	260 ± 20	191.94 ± 152.58	0.08	0.79

$V_0(V)$	$C(nF)$	$x [= T_{oss}(ms)]$	$T_{teor}(ms)$	$\gamma_{T_{oss}}$	$\gamma_{T_{teor}}$
270 ± 8.1	33	32 ± 4	24.12 ± 17.69	0.12	0.73
270 ± 8.1	133	120 ± 20	93.85 ± 71.14	0.17	0.76
270 ± 8.1	233	200 ± 40	158.53 ± 124.36	0.20	0.78

$V_0(V)$	$C(nF)$	$x [= T_{oss}(ms)]$	$T_{teor}(ms)$	$\gamma_{T_{oss}}$	$\gamma_{T_{teor}}$
300 ± 8.1	33	28 ± 4	20.56 ± 14.93	0.14	0.73
300 ± 8.1	133	120 ± 20	79.97 ± 60.04	0.17	0.75
300 ± 8.1	233	200 ± 40	135.04 ± 104.96	0.20	0.78

Da queste tabelle è evidente come gli errori ΔT_{teor} siano molto più grandi di quelli sperimentali, avendo valutato errori relativi superiori al 70%, praticamente inaccettabile.

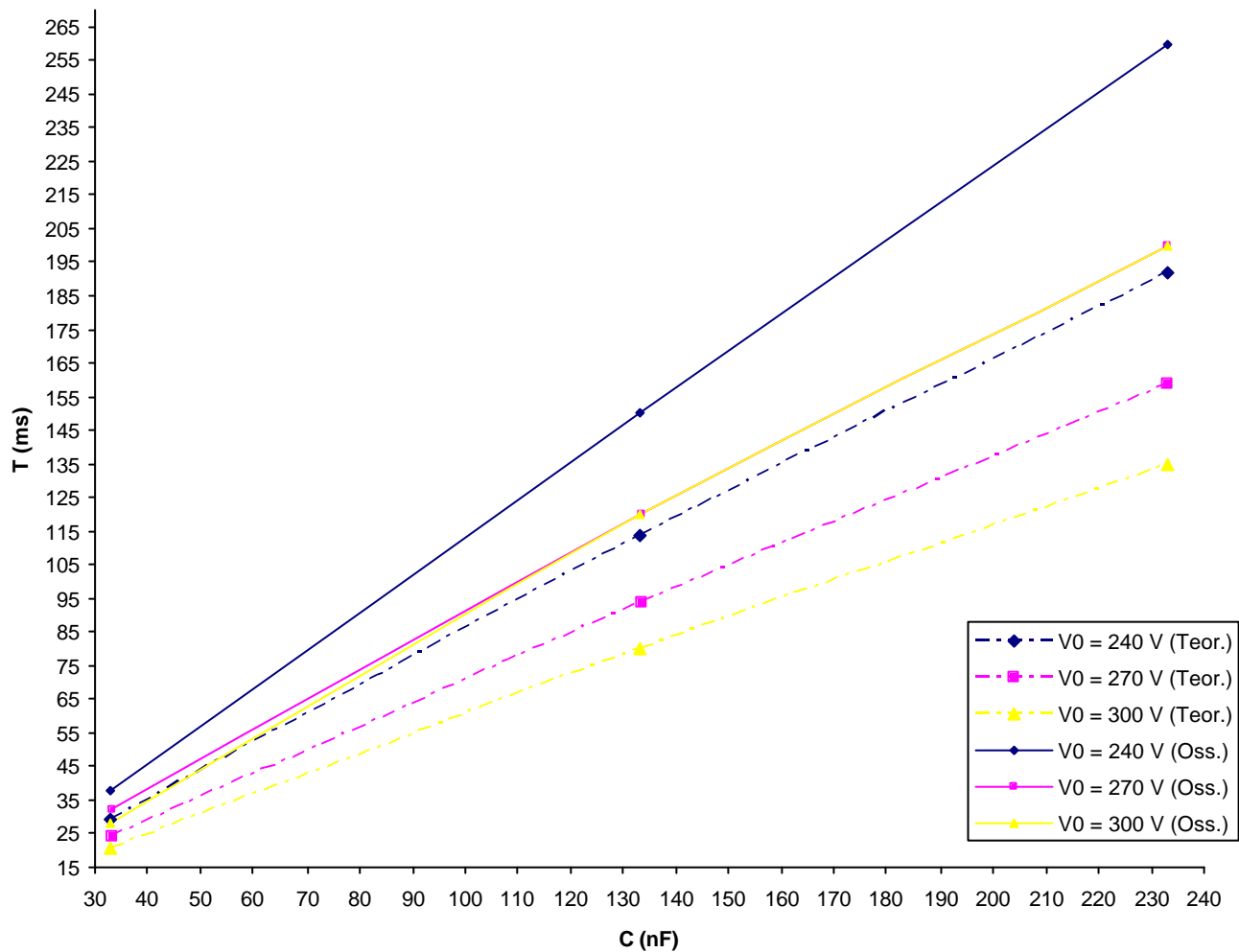
Questa discordanza è dovuta alla scarsa sensibilità degli strumenti di misura, in quanto questi errori sono presenti anche in quelle misure dove non c'era bisogno di utilizzare il timer in dotazione. Di conseguenza questa scarsa consistenza delle previsioni teoriche con i dati sperimentali non è assolutamente da imputare alla mia scelta di non adoperare il timer.

I valori teorici e quelli sperimentali sono dello stesso ordine e confrontabili. Eseguendo la differenza tra i periodi teorici e sperimentali infatti:

$T_{oss}(ms)$	$T_{teor}(ms)$	$T_{oss} - T_{teor}(ms)$
38	29.17	8.83
150	113.57	36.43
260	191.94	68.06
32	24.12	7.88
120	93.85	26.15
200	158.53	41.47
28	20.56	7.44
120	79.97	40.03
200	135.04	64.96

Graficando i periodi teorici e quelli sperimentali in funzione delle capacità e tralasciando di graficare invece le relative barre di errore, ho ottenuto quanto segue:

Andamento dei periodi teorici e sperimentali



In definitiva l'esperimento ha mostrato come le previsioni teoriche sono confermate dall'esperimento però pagando il prezzo di un errore troppo ampio sulle misure.

Credo che un oscilloscopio dallo schermo più grande e un voltmetro molto più sensibile, mi avrebbero aiutato sicuramente a migliorare la qualità delle misure.

5 Bibliografia

- A.Foti e C.Gianino** - *Elementi di analisi dei dati sperimentali*, Liguori, Napoli.
W.Maraschini e M.Palma - *Format: probabilità e statistica*, Paravia, Torino.
E.Perucca - *Fisica Generale e sperimentale*, UTET, Torino.
R.Ricamo - *Guida alle sperimentazioni di Fisica*, Ambrosiana, Milano.
J.R. Taylor - *Introduzione all'analisi degli errori*, Zanichelli, Bologna.
F.Tyler - *A Laboratory manual of Physics*, E.Arnould, London.
Prof. N. Arena - *Appunti del corso di Laboratorio II*, A.A 2003-2004