

Realizzazione e studio di un oscillatore a denti di sega

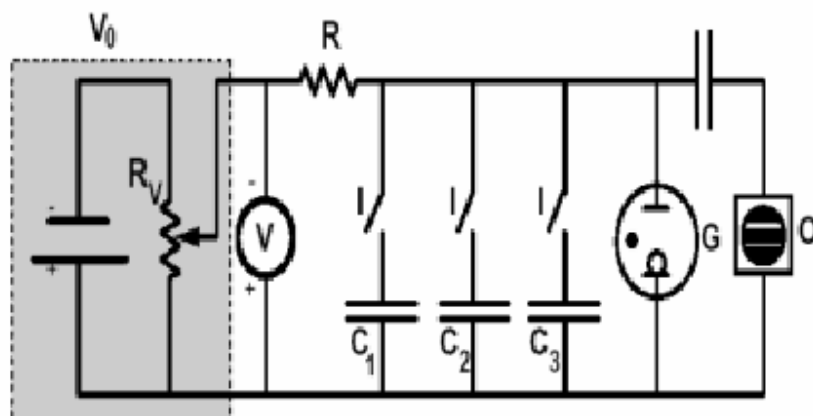
✓ *Cenni teorici*

Lo scopo di quest'esperienza è quello di studiare la cosiddetta tensione a denti di sega, ovvero una tensione alternata, di periodo T , che varia linearmente con il tempo da zero a un massimo per poi tornare bruscamente a zero.

Per ottenere una tensione così fatta si utilizza un circuito basato sulla carica relativamente lenta di un condensatore attraverso una resistenza, seguita subito dopo da una scarica molto più rapida del condensatore stesso attraverso una valvola a gas. Collegando a tale circuito un oscilloscopio a raggi catodici, in modo che al suo ingresso sia presente la stessa tensione variabile che c'è ai capi della valvola a gas, è possibile visualizzare su uno schermo il dente di sega che appunto ci stiamo proponendo di studiare.

✓ *Principio di funzionamento*

Il circuito da noi utilizzato è il seguente:

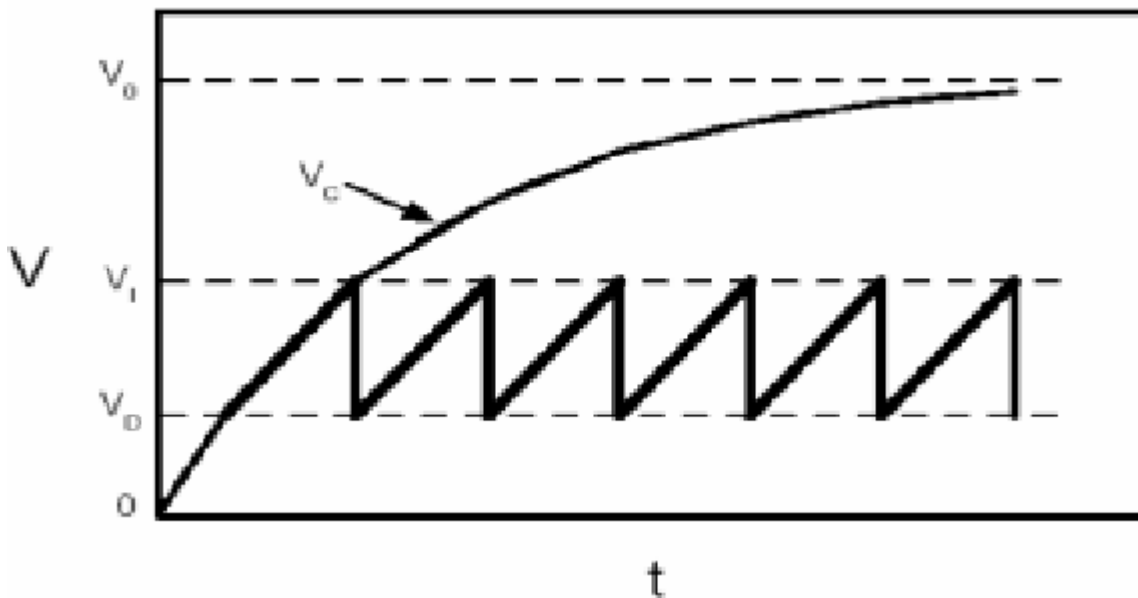


Quando viene chiuso uno degli interruttori I , il condensatore comincia a caricarsi attraverso la resistenza R . La d.d.p. V_c ai capi del condensatore e della valvola cresce con la nota legge esponenziale

$$V_c = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad (1)$$

ma la presenza della valvola G in parallelo al condensatore modifica il comportamento del circuito: infatti quando il condensatore raggiunge la tensione d'innescò della scarica nel gas V_i la valvola si ionizza diventando conduttrice e poiché la sua resistenza è trascurabile rispetto a R , la fase di carica si interrompe e in un tempo brevissimo il condensatore si scarica attraverso essa.

La scarica procede dalla tensione d'innescò V_i alla tensione di disinnesco V_d alla quale il gas non è più conduttore così la valvola non lascia passare più corrente e il condensatore riprende a caricarsi con la costante $t = RC$ per poi raggiungere nuovamente la tensione V_i e ricominciare l'intero ciclo appena descritto.



Questo andamento periodico viene visualizzato sullo schermo dell'oscilloscopio.

Volendo adesso calcolare il periodo T dell'oscillazione, bisogna stare attenti a non confonderlo con il tempo di carica dato che il tempo di scarica risulta trascurabile rispetto al primo. Basta allora determinare quei valori di t che soddisfano la (1) per V_c pari a V_i e a V_d e farne la differenza.

Risolvendo la (1) rispetto a t si ha :

$$t = RC \ln \frac{V_0}{V_0 - V_c}$$

da cui per $V_c = V_i$ e $V_c = V_d$ si ha il periodo $T = t_i - t_d$ che può essere espresso in modo più esplicito come segue:

$$T = RC \ln \frac{V_0 - V_d}{V_0 - V_i} \quad (2)$$

si osservi che il periodo dell'oscillazione dipende da R, C e dalle tensioni di innesco e di disinnesco.

Dato che, come si vedrà nella descrizione dell'esperienza, rilevo tale periodo sull'oscilloscopio ritengo opportuno parlare brevemente del suo funzionamento e del suo utilizzo nel nostro esperimento.

✓ **Oscilloscopio a raggi catodici**

Un oscilloscopio è costituito da un opportuno tubo di vetro in cui è praticato il vuoto spinto. Al suo interno è presente un filamento percorso da corrente che riscalda il catodo causando un'emissione di elettroni per effetto termoelettronico. Gli elettroni estratti sono poi accelerati da un potenziale positivo per essere poi deflessi verticalmente ed orizzontalmente da un sistema di placche metalliche. Questo dispositivo consente di trasformare intervalli di tempo in intervalli apprezzabili dallo sperimentatore come uno spostamento sullo schermo graduato dell'oscilloscopio.

✓ **Descrizione dell'esperienza**

L'apparato sperimentale utilizzato in laboratorio consisteva in una cassetta contenente la resistenza $R = (4.700 \pm 0.235)M\Omega$ e le capacità $C_1=100nF$, $C_2=100nF$, $C_3=33nF$ collegate ad interruttori che permettevano di inserire i condensatori singolarmente o in parallelo tra loro; un generatore di tensione in continua che è stata letta su un voltmetro di c.p.= 2.5 , 50 divisioni e fondo scala 300V; una valvola a gas G collegata tramite opportune uscite dalla cassetta; l'oscilloscopio a raggi catodici il cui schermo presenta una griglia le cui unità di misura vanno lette sulle posizioni indicate dalle manopole a lato, inoltre ogni unità è suddivisa ulteriormente in 5 tacchette che danno la sensibilità massima di lettura di 1/5 della sensibilità indicata dalle manopole e per finire è stato fornito un timer che è stato fondamentale a rilevare l'intervallo di tempo tra due lampi della lampadina quando sono stati inseriti i 3 condensatori in parallelo dato che il periodo dell'oscillazione è aumentato e quindi non è stato più possibile rilevarlo sull'oscilloscopio.

Facciamo notare che i valori delle capacità sono stati forniti dal costruttore senza nessun errore e non potendoli misurare mediante tester siamo costretti a prenderli per buoni.

A questo punto vado a descrivere passo per passo come è stata condotta l'esperienza.

Il circuito è già montato. Come prima cosa inseriamo il condensatore C_3 con capacità più piccola, aumentiamo la tensione fino a quando la lampada lampeggia e aumentiamo ulteriormente, in questo modo la lampada apparirà costantemente accesa. Osserviamo, allora, l'andamento della tensione all'oscilloscopio e regoliamo, con apposite manopole, le scale della griglia in modo che ad una divisione sull'asse orizzontale corrispondano 10ms e ad una divisione all'asse verticale 5V. Questa regolazione permette di osservare qualche periodo completo sullo schermo, a ciò contribuisce anche l'aver scelto una tensione $V_0 = 255 V \pm 8.1V$ che fa in modo che l'immagine sullo schermo sia relativamente ferma. In questo modo mi è possibile leggere sull'oscilloscopio un periodo $T = 38ms \pm 2ms$ (distanza orizzontale tra due punti omologhi) e la differenza $V_i - V_d = 29V \pm 1V$ (altezza di ciascun dente di sega). Fatto ciò si è determinato il valore di V_0 attorno al quale basta una piccola variazione di tensione per far lampeggiare o no la lampadina, tale valore è propriamente detto tensione d'innescò ed è $V_i = 87V \pm 8.1V$. Prima di passare ad analizzare il caso in cui sono stati inseriti i condensatori in parallelo è bene dire che l'errore su V_0 e su V_i è stato valutato tenendo conto della classe di precisione sul voltmetro e della sensibilità di lettura ovvero:

$$e_{cp} = \frac{c.p. \cdot f.s.}{100} = 7.5V$$

$$e_l = 3V$$

dove quest'ultima sta ad indicare che è stato possibile apprezzare la mezza divisione, quindi:

$$e_{V_0} = e_{V_i} = \sqrt{e_{cp}^2 + e_l^2} = 8.1V$$

Passando adesso ad inserire i tre condensatori in parallelo il dente di sega non è più visibile quindi non possiamo leggere il periodo direttamente sull'oscilloscopio è per questo che adoperiamo il cronometro che ci permette di misurare l'intervallo di tempo tra due lampi successivi. In pratica una tale misura diretta è pesantemente affetta dall'errore dovuto ai tempi di reazione umani che sono dello stesso ordine di grandezza del tempo da misurare, perciò è stato conveniente contare il tempo necessario per 10 lampi e ripetere tale misura 10 volte in modo da farne la media. Per quanto riguarda la differenza $V_i - V_d$ possiamo considerare ancora la precedente in quanto adesso la figura a denti di sega è visualizzabile all'oscilloscopio con difficoltà dato che scorre sullo schermo e quindi non si riesce ad apprezzare un'eventuale variazione. Inoltre è stato verificato che V_i è lo stesso di prima

essendo questa una caratteristica della valvola che non dipende dagli altri elementi.

Riportiamo qui di seguito i periodi rilevati e l'analisi condotta su di essi:

Num. misure	10T(sec)	T(sec)
1	7.2	0.72
2	7.1	0.71
3	7.5	0.75
4	7.0	0.70
5	7.8	0.78
6	8.0	0.80
7	6.9	0.69
8	7.2	0.72
9	7.3	0.73
10	7.6	0.76

Il valor medio è: $\bar{T} = \frac{\sum T_i}{n} = 0.736s$

e lo scarto quadratico medio è: $s_T = \sqrt{\frac{\sum (T_i - \bar{T})^2}{n-1}} = 0.036s$

A questo punto ritengo opportuno schematizzare i dati rilevati in laboratorio come segue:

$V_o(V)$	C(nF)	$V_i(V)$	$V_i - V_d(V)$	T(ms)
255 ± 8.1	33	87 ± 8.1	29 ± 1	38 ± 2
255 ± 8.1	233	87 ± 8.1	29 ± 1	736 ± 36

✓ **Confronto con la teoria**

Ciò che adesso ci proponiamo di fare è calcolare i periodi dell'oscillazione relativi alle due configurazioni, prima descritte, mediante la (2). Quindi si tratta semplicemente di sostituire i dati da noi rilevati nella (2) e confrontare i periodi teorici che otteniamo con i periodi rilevati direttamente in laboratorio, ovviamente sui periodi teorici vanno calcolati gli errori.

Nella (2), oltre alle grandezze misurate direttamente, è presente la tensione V_d che ricaveremo dalla differenza $V_i - V_d = 29V \pm 1V$ essendo nota la tensione d'innescio $V_i = 87V \pm 8.1V$, pertanto $V_d = 58V$ e l'errore su essa è dato dalla seguente relazione:

$$e_{V_d} = \left| \frac{\partial V_d}{\partial V} \cdot e_V \right| + \left| \frac{\partial V_d}{\partial V_i} \cdot e_{V_i} \right|$$

dove con V indichiamo la differenza e con e_V il corrispondente errore, da ciò risulta:

$$e_{V_d} = |e_V| + |e_{V_i}| = 9.1V$$

quindi in definitiva si ha:

$$V_d = (58 \pm 9.1)V$$

A questo punto possiamo andare a sostituire i dati nella (2) ottenendo nei due casi:

- $C_3 = 33 \text{ nF}$ $T = 24.698 \text{ ms}$
- $C = 233 \text{ nF}$ $T = 174.383 \text{ ms}$

Passiamo al calcolo degli errori su questi periodi utilizzando la propagazione degli errori come del resto abbiamo fatto in precedenza:

$$\Delta T = \left| \frac{\partial T}{\partial R} \cdot e_R \right| + \left| \frac{\partial T}{\partial V_0} \cdot e_{V_0} \right| + \left| \frac{\partial T}{\partial V_i} \cdot e_{V_i} \right| + \left| \frac{\partial T}{\partial V_d} \cdot e_{V_d} \right|$$

da cui ne segue:

$$\Delta T = \left| C \ln \left(\frac{V_0 - V_d}{V_0 - V_i} \right) \cdot e_R \right| + \left| RC \frac{V_d - V_i}{(V_0 - V_i)(V_0 - V_d)} \cdot e_{V_0} \right| + \left| RC \frac{1}{V_0 - V_i} e_{V_i} \right| + \left| RC \frac{1}{V_d - V_0} \cdot e_{V_d} \right|$$

L'errore su R è fornito dal costruttore, mentre l'errore sul condensatore è stato considerato nullo in quanto, come è stato spiegato in precedenza, i valori delle capacità sono stati forniti senza margine d'errore e inoltre non è stato possibile valutarli mediante misura diretta.

Pertanto inserendo i dati ottengo rispettivamente:

$$?T = 16.979 \text{ ms}$$

$$?T = 119.877 \text{ ms}$$

A questo punto per un confronto diretto tra i dati sperimentali e quelli teorici ritengo opportuno schematizzarli in una tabella:

$V_o(V)$	Capacità(nF)	Periodo sperim.(ms)	Periodo teorico(ms)
255 ± 8.1	33	38 ± 2	24.698 ± 16.979
255 ± 8.1	233	736 ± 36	174.383 ± 119.877

✓ **Conclusioni**

Come si osserva dalla tabella sopra, è evidente che se nel caso di una singola capacità il periodo sperimentale, letto direttamente sullo schermo dell'oscilloscopio, è confrontabile, entro i limiti degli errori, con il periodo teorico, calcolato dalla relazione (2), lo stesso non si può dire nel caso delle tre capacità collegate in parallelo tra loro, su questo possiamo solamente affermare che i periodi sono dello stesso ordine di grandezza.

Questa incompatibilità, nella seconda configurazione, tra le previsioni teoriche e i dati sperimentali, va ricercata nella misura dei periodi mediante cronometro in quanto anche se si era già previsto l'errore dovuto ai tempi di reazione umani, e per questo si è misurato 10 volte il tempo necessario per 10 lampi in modo da ridurre l'indeterminazione, ciò non è stato sufficiente perché i lampi erano troppo frequenti e come tali rendevano difficile lo start e lo stop del cronometro. D'altra parte si era pensato di contare, al posto dei lampi della lampadina, gli impulsi che cadevano all'interno dello schermo dell'oscilloscopio, dato che ad ogni impulso corrisponde un lampo, ma questo metodo è stato molto più complicato e quindi scartato.

Se avessimo avuto a disposizione un oscilloscopio migliore cioè tale da permettere di fermare sullo schermo il dente di sega a tensioni diverse, mantenendo invariata la combinazione dei condensatori, piuttosto che ad una soltanto, come si è verificato nel nostro caso, avremmo potuto studiare diversi casi e quindi fare più confronti con la teoria anche mediante una rappresentazione grafica dell'andamento teorico e sperimentale.

È stata effettuata una seconda serie di dati subito scartata e pertanto non studiata a causa della grande difficoltà e conseguente imprecisione sulla rilevazione del periodo dell'oscillazione, sia osservandolo tramite oscilloscopio sia usando il cronometro.

✓ **Bibliografia**

A. Foti e C. Giannino - *Elementi di analisi dei dati sperimentali*, Liguori, Napoli.

R. Ricamo - *Guida alle sperimentazioni di fisica 2*, Ambrosiana, Milano.

J. R. Taylor - *Introduzione all'analisi degli errori*, Zanichelli, Bologna.

F. Tyler - *A laboratory manual of physics*, E. Arnould, London.

Prof. N. Arena - *Appunti del corso di laboratorio II*, A.A. 2003-2004.

Serway-Beichner - *Fisica II*, EdiSES, Napoli.