

Zuccarello Francesco

Laboratorio di Fisica II

***Misura della distanza focale
di una lente convergente
Metodo di Bessel***

A.A. 2003-2004

Indice

<i>Introduzione</i>	<i>pag. 3</i>
<i>Presupposti Teorici</i>	<i>pag. 4</i>
<i>Analisi dei dati</i>	<i>pag. 8</i>
1. <i>Modo di operare</i>	<i>pag. 8</i>
2. <i>Calcolo di f mediante la relazione (6)</i>	<i>pag. 10</i>
3. <i>Determinazione di f con fit lineare</i>	<i>pag. 13</i>
4. <i>Misure di f con il metodo di Bessel</i>	<i>pag. 15</i>
5. <i>Ingrandimento: verifica della relazione(10)</i>	<i>pag. 18</i>
<i>Conclusioni generali</i>	<i>pag. 21</i>
<i>Appendice</i>	<i>pag. 22</i>
<i>Bibliografia</i>	<i>pag. 23</i>

Introduzione

L'esperienza consiste nella misura della distanza focale di una lente convergente.

Misureremo la distanza focale f servendoci di tre differenti metodi: il metodo di Bessel, un fit lineare di una opportuna formula e una media pesata dei valori della distanza focale della lente rilevate con applicazione diretta di una opportuna formula.

Vedremo in dettaglio le caratteristiche possedute da questa lente e le approssimazioni e convenzioni che si faranno. Vogliamo ora descrivere l'apparato sperimentale utilizzato.

Riportiamo come prima cosa una schematizzazione di tale apparato.

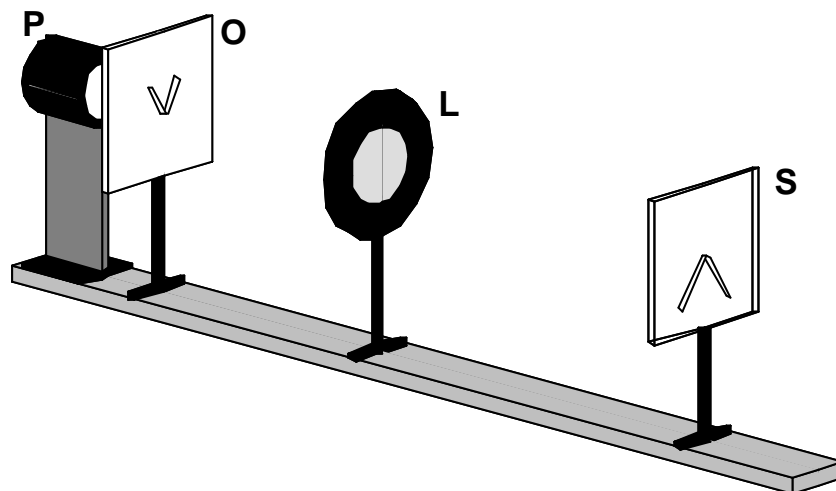


Fig. 1 Schematizzazione del banco ottico

Vediamo di commentare il banco ottico rappresentato in figura:

P è un proiettore per diapositive che emana luce bianca, davanti ad esso è posto un pannello contenente una scanalatura, esattamente una V, che funge da oggetto; L è una lente convergente fissata su un apposito sostegno, realizzato in modo tale da poter scorrere su una guida tarata con apposito regolo in modo da poter misurare le distanze necessarie durante l'esperienza.

Infine S è uno schermo, anch'esso mobile, che permette di visualizzare l'immagine, la quale, come emerge dalla schematizzazione e come vedremo di seguito, è capovolta; per poter misurare l'ingrandimento della figura lo schermo è dotato di una carta millimetrata.

Presupposti teorici¹

Supponiamo di avere una sorgente luminosa, per esempio un corpo che emette luce propria oppure che diffonde la luce emessa da un altro corpo.

Nell'ottica geometrica si assume che il percorso seguito dalla luce può essere descritto attraverso un raggio e per questo si parla di raggi luminosi i quali obbediscono alle due leggi: di riflessione e rifrazione (o trasmissione).

Nello studio della lente convergente ci si servirà della legge di Snel che riportiamo di seguito

$$\frac{\sin J_i}{\sin J_r} = \frac{n_1}{n_2} \quad (1)$$

Dove J_i è l'angolo formato dal raggio incidente con la normale alla superficie di separazione dei due mezzi, aventi rispettivamente come indici di rifrazione n_1 e n_2 , mentre J_r è l'angolo che il raggio rifratto forma con tale normale.

Ciò detto, si definisce superficie diottrica o semplicemente diottra una superficie su cui avviene la trasmissione del raggio luminoso da un mezzo all'altro, in altre parole un diottra è una superficie rifrangente. Su una superficie diottrica avviene sempre riflessione, ma noi la supporremo trascurabile, supportati dal fatto che l'energia riflessa da una tale superficie è solo qualche per cento dell'energia rifratta. Definiamo lente semplice un blocco di materiale delimitato da due diottri aventi lo stesso asse. Torniamo ai diottri e consideriamo la seguente figura

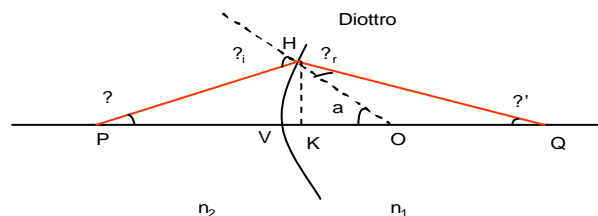


Fig. 2 Schematizzazione di un raggio ottico in un diottra

1. La trattazione teorica segue l'impostazione di Ref. 1, al quale si rifanno pure le figure 2 e 3

Dalla quale emergono le seguenti relazioni tra gli angoli

$$\mathbf{J} + \mathbf{a} = \mathbf{J}_i \quad , \quad \mathbf{J}_r + \mathbf{J}' = \mathbf{a}$$

E applicando la (1) approssimando $\sin \mathbf{J} \cong \mathbf{J}$ si ottiene

$$n_1 \mathbf{J} + n_2 \mathbf{J}' = (n_2 - n_1) \mathbf{a} \quad (2)$$

Dove si è supposto $n_1 < n_2$.

Detta $h = HV = HK$, si ricavano le seguenti relazioni

$$\mathbf{J} = \frac{h}{p} \quad , \quad \mathbf{J}' = \frac{h}{q} \quad , \quad \mathbf{a} = \frac{h}{R}$$

Ottenendo in ultima analisi l'equazione del diottro sferico convesso

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (3)$$

Questa relazione ci servirà per determinare l'equazione di una lente semplice.

Consideriamo la seguente figura la quale schematizza una lente :

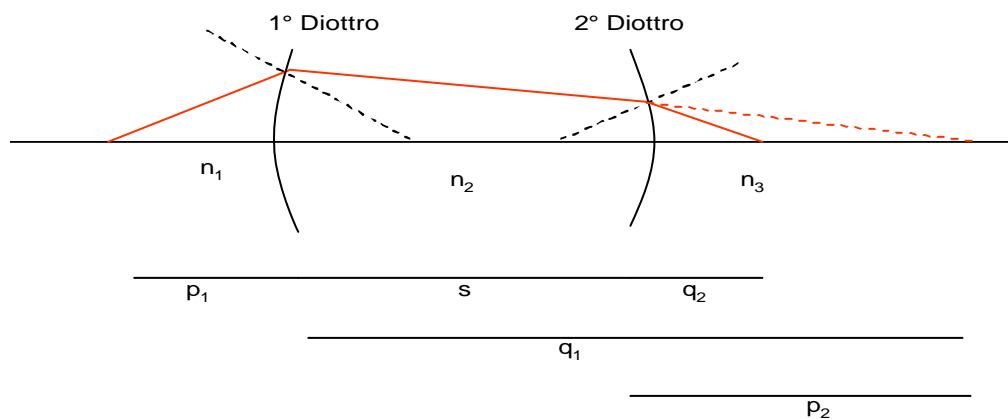


Fig. 3 Schematizzazione di una lente convergente

I due diottri dividono lo spazio in tre regioni, essendo n_1, n_2 ed n_3 gli indici di rifrazione di questi tre mezzi, allora grazie alla (3) possiamo scrivere

$$\frac{n_1}{p_1} + \frac{n_2}{q_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \quad , \quad \frac{n_1}{p_2} + \frac{n_3}{q_2} = \frac{n_3 - n_2}{R_2} \quad , \quad p_2 = s - q_1$$

Le prime due sono applicate al primo e al secondo diottro che hanno raggi di curvatura rispettivamente R_1 e R_2 , mentre la terza esprime il fatto che l'immagine del primo diottro è l'oggetto del secondo. Detto il vertice il punto di intersezione tra l'asse del diottro e il diottro stesso, diremo p la distanza tra l'oggetto e il vertice, mentre diremo q quella tra immagine e vertice, s è invece la distanza tra i due vertici.

Supponiamo che la lente sia sottile, cioè che la distanza tra i vertici dei due diottri sia trascurabile rispetto alle altre dimensioni; supponiamo inoltre che la lente sia immersa in uno stesso mezzo, le due supposizioni si traducono analiticamente imponendo nelle precedenti relazioni $s = 0$ e $n_1 = n_3$.
Ricaviamo così la seguente relazione

$$\frac{n_1}{p_1} + \frac{n_1}{q_2} = (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (4)$$

Donde ponendo

$$\frac{1}{f} = \frac{n_1}{n_2 - n_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (5)$$

Osservando che $s = 0$ e che dunque p_1 è la distanza dell'oggetto dalla lente, mentre q_2 è la distanza dell'immagine dalla lente, è dunque lecito, sotto l'ipotesi di lente sottile, porre $p_1 = p$ e $q_2 = q$; si ottiene così l'equazione della lente sottile

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad (6)$$

Da questa equazione si vede che se $p \rightarrow \infty$ $q \equiv f$, mentre se $q \rightarrow \infty$ $p \equiv f$, f è chiamata distanza focale della lente; si vede dunque che, se l'oggetto è posto a grande distanza dalla lente

l'immagine sarà in un punto che dista f dalla lente, mentre se l'oggetto è posto ad una distanza f dalla lente l'immagine sarà a distanza infinita, ovvero i raggi saranno paralleli.

Queste considerazioni sono importanti per costruire l'immagine di un segmento ortogonale all'asse e dunque per poter determinare l'ingrandimento. Si considerino tre particolari raggi luminosi: quello passante per il vertice, che non viene deviato, quello passante per il fuoco F_1 ed un raggio parallelo all'asse ottico. Schematizziamo il tutto servendoci di una figura

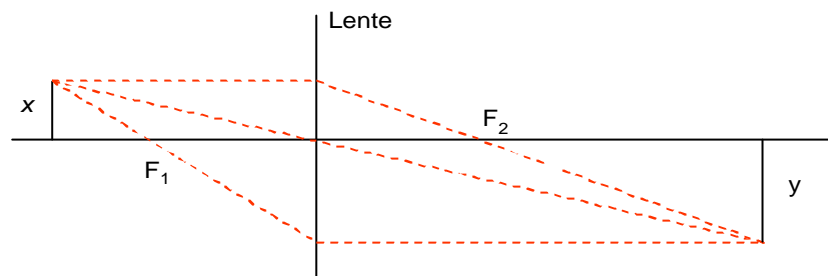


Fig. 4 Schematizzazione dei raggi luminosi

L'ingrandimento è allora dato, servendosi di considerazioni geometriche, da

$$I = \frac{y}{x} = \frac{q-f}{f} = \frac{f}{p-f} = \frac{q}{p} \quad (7)$$

Analisi dei dati

1. Modo di operare

Lo scopo finale dell'esperienza è quello di fornire una stima della distanza focale f della lente.

Noi per fare ciò ci serviremo non tanto della *equazione dei costruttori di lenti* (la (5)), impossibile da usare in laboratorio, ma della (6).

La (6) opportunamente linearizzata permette di dare una stima di f eseguendo un fit lineare; la linearizzazione opportuna si ottiene ponendo $x = \frac{1}{p}$ e $y = \frac{1}{q}$ allora la (6) si scrive $y = a + bx$

dove si ha $a = \frac{1}{f}$; si può dunque ricavare la distanza focale. Il rapporto $\Pi = \frac{1}{f}$ è detto potenza della lente e se f è stimata in metri la potenza si misura in diottrie.

Dunque di volta in volta fisseremo le p e determineremo le q .

Vogliamo sin d'ora osservare che, mentre l'errore sulle p è l'errore di lettura, l'errore sulle q sarà dato da tutto il semi intervallo in cui l'immagine appare nitida; infatti uno strumento reale non può essere perfettamente stigmatico (uno strumento si dice stigmatico quando i raggi uscenti da un punto dell'oggetto si incontrano in un sol punto dell'immagine).

Determinate le coppie (p,q) con il metodo sopra descritto useremo direttamente la (6) per determinare di volta in volta una misura di f ottenendo così più valori di f , la loro media pesata ci fornirà allora un'ulteriore stima della distanza focale.

Infine si userà per determinare la f il metodo di Bessel.

Cerchiamo di vedere in cosa consiste; detta D la distanza dell'oggetto dallo schermo, per il formalismo adottato si ha $D = p + q$ allora la relazione (6) si potrà scrivere nel seguente modo

$$f = \frac{p(D-p)}{D} \quad (8)$$

Scritta in questo modo sembra di non aver guadagnato più di tanto, ma osserviamo che la (8) può pure scriversi

$$p^2 - Dp + Df = 0$$

Dalla quale si ottiene

$$p = \frac{D}{2} + \sqrt{\frac{D^2}{4} - Df} \quad (9)$$

Da questa relazione emerge che se $D < 4f$ la soluzione non è reale il che implica che si avranno immagini virtuali, se $D = 4f$ si avrà una sola immagine nitida, se, infine, $D > 4f$ si avranno due valori di p , per ogni fissata distanza D , per i quali sarà possibile determinare una immagine nitida.

Ma c'è di più; i due valori di p che si determinano devono essere per la (9) simmetrici rispetto a $\frac{D}{2}$;

dunque, se non lo sono, si è in grado di rilevare un certo errore sistematico, dovuto a qualche imprecisione del banco ottico. Per eseguire la misura di f con il metodo di Bessel sono state fissate le D e si è variata la posizione della lente sino a determinare le p per le quali si avevano immagini nitide; stavolta l'errore sulle p è dato dal semi intervallo per cui si aveva un immagine nitida, mentre l'errore sulle D è semplicemente l'errore di lettura della posizione dello schermo sul regolo del banco ottico. Per ogni valore di p e D si è calcolato il valore di f e come sua stima è stata fornita la media pesata di tutte queste misure. Infine dette p_1 e p_2 le due misure di p per ogni fissata D

($p_1 < p_2$) si sono valutate le differenze $x_1 = \frac{D}{2} - p_1$ e $x_2 = p_2 - \frac{D}{2}$, si è calcolato $e = x_2 - x_1$ e si è

visto quanto questo valore discostasse dallo zero, infatti $e = 0$ implica l'assenza del tipo di errori sistematici da noi supposti.

Le misure effettuate con il metodo di Bessel non si sono potute usare per il fit lineare, cerchiamo di vedere il motivo. A tal proposito diciamo p_1 e p_2 le due soluzioni della (9) allora si ha $q_1 = D - p_1$ e $q_2 = D - p_2$; bene, accadeva che, mentre l'errore sulla p_1 era molto più piccolo dell'errore sulla q_1 , l'errore sulla p_2 era invece molto più grande dell'errore sulla rispettiva q_2 ; questa situazione si ripeteva per ogni coppia p_1 e p_2 delle nostre misure. Questi problemi falsavano dunque i risultati del fit stesso nel quale si suppone che l'errore su una delle due misure sia costantemente inferiore rispetto a quello sull'altra misura. Un altro passo dell'esperienza è il calcolo dell'ingrandimento m

dato dalla (7) dove si è posto $I = m$ con $m = \frac{q}{p}$ valore che si deve confrontare con quello dato da

$m = \frac{i}{o}$ dove si è indicato con o la dimensione dell'oggetto e con i la dimensione dell'immagine. Si

vuole dunque verificare la validità della seguente relazione

$$m = \frac{q}{p} = \frac{i}{o} \quad (10)$$

2. Calcolo di f mediante applicazione diretta della relazione (6)

Iniziamo l'analisi dei dati con il calcolo di f mediante la media pesata dei valori f_i ottenuti per applicazione diretta della (6). A tal proposito riportiamo di seguito i valori di p e di q con i loro rispettivi errori¹.

Tabella 1. Valori di p con errore

p [m]	Δp [m]
0,140	0,002
0,230	0,002
0,370	0,002
0,550	0,002
0,300	0,002
0,470	0,002
0,130	0,002
0,180	0,002
0,230	0,002
0,580	0,002
0,330	0,002
0,380	0,002
0,420	0,002
0,480	0,002

Tabella 2. Valori di q con errore

q [m]	Δq [m]
0,360	0,010
0,170	0,003
0,140	0,005
0,120	0,003
0,150	0,008
0,130	0,004
0,440	0,028
0,220	0,008
0,180	0,006
0,120	0,003
0,140	0,004
0,140	0,005
0,130	0,006
0,130	0,005

1. Si noti che per le q viene fornito l'errore calcolato come ampiezza del semi intervallo di nitidezza dell'immagine.

I due valori delle distanze dell'immagine dalla sorgente verranno riportate esplicitamente in appendice.

Mentre per l'errore sulle p si tiene conto del fatto che vengono eseguite due letture una per fissare l'oggetto sullo zero del regolo e l'altra per la lettura della posizione della lente.

Di seguito riportiamo i valori della potenza φ e della distanza focale f calcolati con i loro rispettivi errori dati dalle seguenti relazioni che riportiamo

$$\Delta\Pi = \Delta\frac{1}{p} + \Delta\frac{1}{q} \quad , \quad \Delta f = f^2 \cdot \Delta\Pi \quad (11)$$

Tabella 3. Valori di φ con errore

φ [diottrie]	$\Delta\varphi$ [diottrie]
9,92	0,18
10,14	0,12
10,08	0,26
10,29	0,22
10,09	0,39
10,13	0,27
9,99	0,27
10,06	0,22
10,01	0,25
9,99	0,21
10,17	0,22
10,04	0,29
10,07	0,33
10,02	0,32

Tabella 4. Valori di f con errore

f [m]	Δf [m]
0,101	0,002
0,099	0,001
0,099	0,003
0,097	0,002
0,099	0,004
0,099	0,003
0,100	0,003
0,099	0,002
0,100	0,002
0,100	0,002
0,098	0,002
0,100	0,003
0,099	0,003
0,100	0,003

Allora la stima di f e del suo errore sono date dalle seguenti relazioni dove si è posto $w_i = \frac{1}{\Delta_i^2}$ dove Δ_i è l'errore sulla stima di f_i .

$$\bar{f} = \frac{\sum_i w_i f_i}{\sum_i w_i} \quad \Delta\bar{f} = \frac{1}{\sqrt{\sum_i w_i}} \quad (12)$$

Utilizzando le (12) si è ricavato il seguente valore di $\bar{f} = 0,099 \pm 0,002$ m .

Vogliamo riportare in un grafico i valori delle f_i con i loro errori e il valore \bar{f} calcolato.

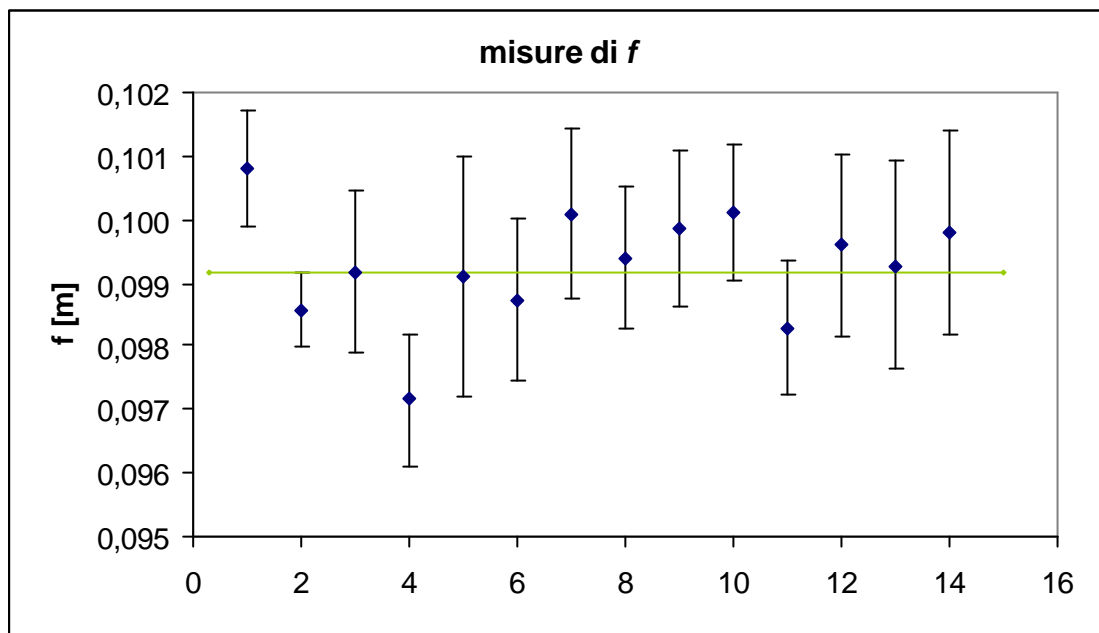


Fig. 5 Grafico delle misure di f e del loro valor medio²

2. In blu sono riportati i valori di f presenti in tab. 4, mentre in verde è riportato il valore \bar{f} calcolato con la prima delle (11). Nell'asse delle ascisse sono riportati il numero di punti sperimentali

3. Determinazione di f con il fit lineare

Nel precedente paragrafo abbiamo determinato una stima della distanza focale servendoci di una applicazione diretta della formula (6).

Ora vogliamo invece determinare f eseguendo un fit lineare e confrontare il valore ottenuto con quello dato alla fine del precedente paragrafo.

Per fare ciò è necessario rendere lineare la relazione (6) come descritto nel paragrafo 1.

Per questo riportiamo di seguito i valori $\frac{1}{p}$ e $\frac{1}{q}$ con i loro errori dati dalla seguente relazione

$$\Delta \frac{1}{t} = \frac{1}{t^2} \Delta t \text{ dove } t \text{ indica una volta la } p \text{ e una volta la } q.$$

Tabella 5. Valori di $1/p$ con errore

$\frac{1}{p} [\text{m}^{-1}]$? $\frac{1}{p} [\text{m}^{-1}]$
7,14	0,10
4,35	0,04
2,70	0,01
1,82	0,01
3,33	0,02
2,13	0,01
7,69	0,12
5,56	0,06
4,35	0,04
1,72	0,01
3,03	0,02
2,63	0,01
2,41	0,01
2,08	0,01

Tabella 6. Valori di $1/q$ con errore

$\frac{1}{q} [\text{m}^{-1}]$? $\frac{1}{q} [\text{m}^{-1}]$
2,78	0,08
5,80	0,08
7,38	0,25
8,47	0,22
6,76	0,37
8,00	0,26
2,30	0,15
4,50	0,16
5,67	0,21
8,26	0,20
7,14	0,20
7,41	0,27
7,66	0,32
7,94	0,31

Nell'eseguire il fit per stimare i valori di a e b e i loro errori si sono usate le seguenti formule

$$a = \frac{\left(\sum_i w_i x_i^2\right) \cdot \left(\sum_i w_i y_i\right) - \left(\sum_i w_i x_i\right) \cdot \left(\sum_i w_i x_i y_i\right)}{\left(\sum_i w_i\right) \cdot \left(\sum_i w_i x_i^2\right) - \left(\sum_i w_i x_i\right)^2}$$

$$s_a = \sqrt{\left(\frac{\sum_i w_i x_i^2}{\sum_i w_i}\right)} s_b$$

$$b = \frac{\left(\sum_i w_i\right) \cdot \left(\sum_i w_i x_i y_i\right) - \left(\sum_i w_i x_i\right) \cdot \left(\sum_i w_i y_i\right)}{\left(\sum_i w_i\right) \cdot \left(\sum_i w_i x_i^2\right) - \left(\sum_i w_i x_i\right)^2}$$

$$s_b = \frac{1}{\sqrt{\left(\sum_i w_i\right) \cdot \left(\sum_i w_i x_i^2\right) - \left(\sum_i w_i x_i\right)^2}}$$

Riportiamo di seguito i risultati da noi ottenuti $a = 10,24 \pm 0,11 \text{ m}^{-1}$ e $b = -1,04 \pm 0,02$ (dove a è il reciproco della distanza focale f , mentre b è il coefficiente angolare della retta) da cui si ricava il valore della distanza focale $f = 0,098 \pm 0,001 \text{ m}$.

Si noti che il valore della b discosta alla seconda cifra decimale dal valore atteso -1, un disaccordo comunque accettabile se si tiene conto degli errori sperimentali.

Riportiamo nel seguente grafico i valori delle tabelle 5 e 6 con la retta determinata dal fit lineare.

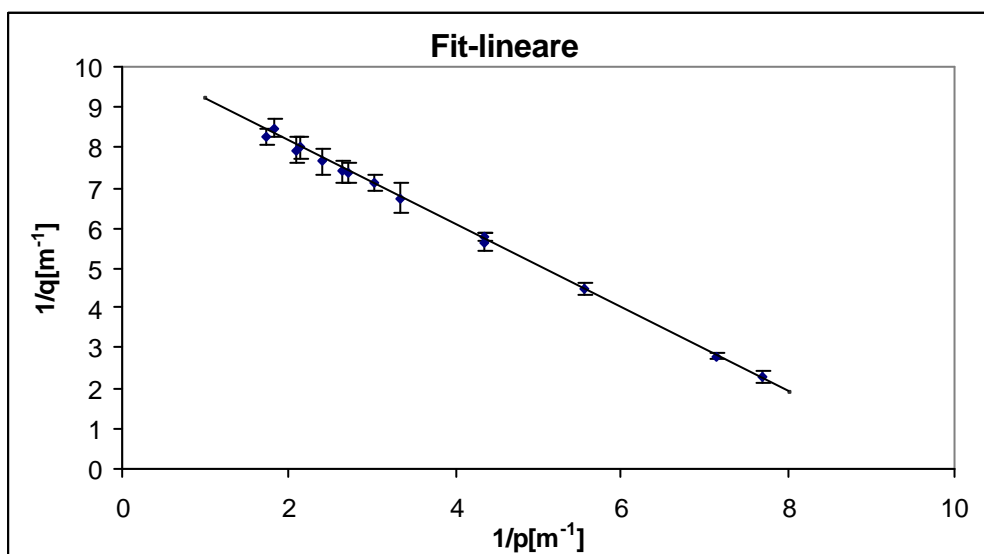


Fig.6 Grafico del fit lineare per la determinazione della distanza focale

4. Misure di f con il metodo di Bessel

In questo paragrafo vogliamo elaborare i dati relativi alla seconda parte dell'esperienza, ovvero la misure della distanza focale con il metodo di Bessel. A tal proposito riportiamo nelle tabelle successive i valori di D , p , $D-p$ e della f , ottenuta servendosi della (8), con i loro rispettivi errori.

L'errore sulle D è dovuto alla sensibilità di lettura (vedi nota 1 del paragrafo 2), l'errore sulle p è dato dal semi intervallo in cui l'immagine si vede "a fuoco", l'errore su $D-p$ è dato da $\Delta(D-p) = \Delta p + \Delta D$, infine l'errore sulla f è dato dalla seguente relazione

$$\Delta f = f \cdot \left(\frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta(D-p)}{D-p} \right).$$

Allora si ha

Tabella 7. Valori di D e ΔD

D [m]	ΔD [m]
0,450	0,002
0,450	0,002
0,500	0,002
0,500	0,002
0,550	0,002
0,550	0,002
0,600	0,002
0,600	0,002
0,650	0,002
0,650	0,002
0,700	0,002
0,700	0,002
0,750	0,002
0,750	0,002
0,800	0,002
0,800	0,002

Tabella 8. Valori di $D-p$ e $\Delta(D-p)$

$D-p$ [m]	$\Delta(D-p)$ [m]
0,310	0,005
0,142	0,008
0,368	0,006
0,132	0,006
0,420	0,006
0,128	0,006
0,474	0,006
0,125	0,006
0,528	0,005
0,122	0,006
0,580	0,006
0,119	0,006
0,632	0,005
0,119	0,007
0,683	0,005
0,116	0,005

Tabella 9. Valori di p e Δp

p [m]	Δp [m]
0,140	0,003
0,309	0,006
0,132	0,004
0,369	0,004
0,130	0,004
0,422	0,004
0,126	0,004
0,476	0,004
0,123	0,003
0,529	0,004
0,120	0,004
0,581	0,004
0,119	0,003
0,631	0,005
0,118	0,003
0,684	0,003

Tabella 10. Valori di f e Δf

f [m]	Δf [m]
0,096	0,004
0,097	0,007
0,097	0,005
0,097	0,005
0,099	0,005
0,098	0,006
0,100	0,005
0,099	0,006
0,099	0,003
0,099	0,005
0,099	0,005
0,099	0,006
0,100	0,003
0,100	0,007
0,100	0,003
0,099	0,005

Riportiamo in un'ulteriore tabella i valori della f corrispondenti ai valori di D , $D-p$ e p riportati nelle tabelle sopra riportate

I dati con i loro errori sono stati elaborati, cioè si è fatta una media pesata dei valori della distanza focale servendosi ancora una volta delle relazioni (12) dove però le f_i e i Δf_i sono i valori qui accanto riportati e ricavati con il metodo di Bessel.

I valori ricavati sono i seguenti $\bar{f} = 0,099 \pm 0,004$ m.

Riportiamo in un grafico del tutto simile a quello del paragrafo 2 i valori di f con i loro errori (vedi a tal proposito nota 2 del paragrafo 2).

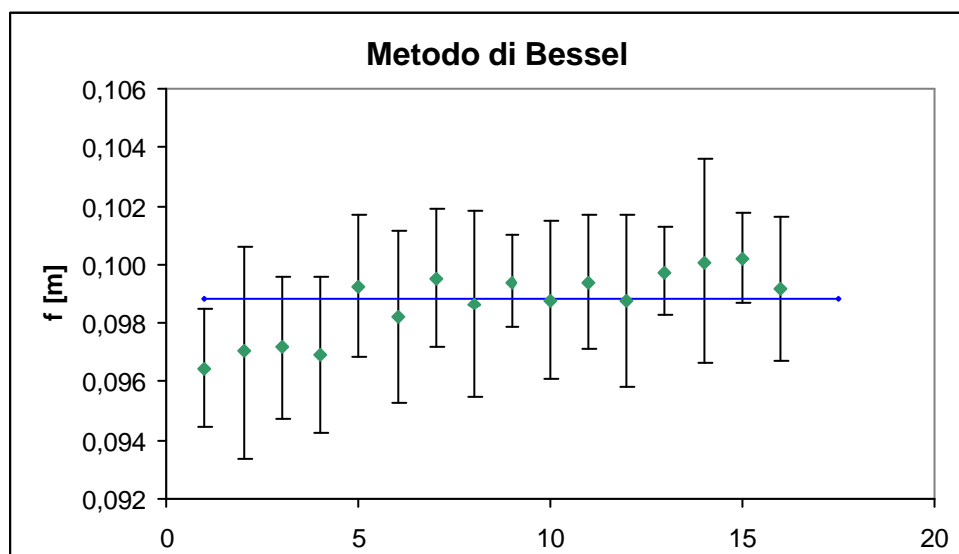


Fig. 7 Grafico delle misure di f e del loro valor medio

Prima di concludere il paragrafo è necessario verificare la presenza o meno di errori sperimentali.

Ci serviremo per fare ciò dei risultati del paragrafo 1.

Riportiamo dunque nelle seguenti tabelle i valori di D , x_1 , x_2 , x_1-x_2 e $\sigma_{x_1-x_2}$

Tabella 11. Valori di D , x_1 , x_2 , con gli errori su x_1 e x_2

D [m]	x_1 [m]	x_2 [m]	x_1-x_2 [m]	$\sigma_{x_1-x_2}$ [m]
0,450	0,085	0,083	0,0015	0,010
0,500	0,118	0,118	-0,0005	0,009
0,550	0,145	0,147	0,0020	0,010
0,600	0,174	0,175	-0,0015	0,010
0,650	0,202	0,203	-0,0010	0,008
0,700	0,230	0,231	-0,0010	0,010
0,750	0,256	0,256	0,0005	0,009
0,800	0,282	0,282	-0,0015	0,007

Si riporta nel seguente istogramma la distribuzione della differenza x_1-x_2 intorno al valore atteso: lo zero; infatti $x_1-x_2 = 0$ implica l'assenza di questo particolare tipo di errore sistematico, non escludendo però la presenza di altri errori sistematici non individuabili nel suddetto modo.

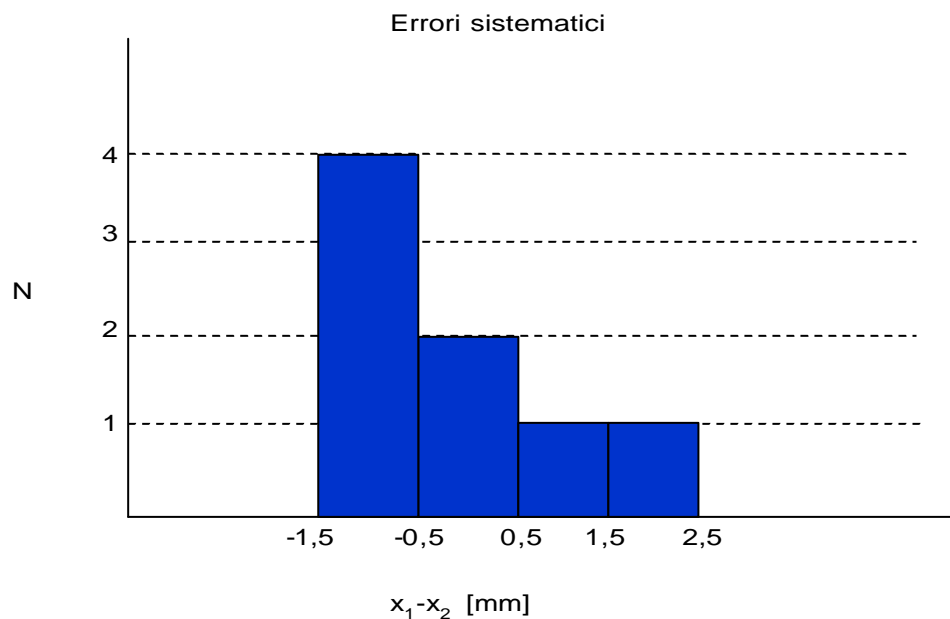


Fig. 8 Istogramma delle distribuzioni delle differenze x_1-x_2

Dall'istogramma emerge la presenza di un errore sistematico. Però si vede come questo errore sistematico, ottenuto con operazioni elementari sulle misure di D e p , è affetto da un errore talmente grande che lo rende confrontabile con lo zero; è possibile rendersi conto di questo vedendo i dati di tabella 11. Possiamo dunque concludere che l'errore sistematico rilevato con il metodo di Bessel non sembra essere significativo ai fini della stima del valore della distanza focale della lente adoperata .

5. Ingrandimento: verifica della relazione (10)

È giunto il momento di occuparci di un altro aspetto rilevante per una lente, ovvero la capacità che essa ha di ingrandire o rimpicciolire un'immagine. Cerchiamo di affrontare quantitativamente il problema. Vogliamo dunque verificare la seguente relazione

$$m = \frac{q}{p} = \frac{i}{o}$$

Per la verifica di tale relazione si prenderanno nuovamente in considerazione i dati relativi ai paragrafi 2 e 3, cioè quelli adoperati per calcolare f servendosi dei metodi che qui chiameremo, pur se con improprietà di linguaggio, "non Bessel".

Per non appesantire ulteriormente la trattazione non riporteremo i valori di p e di q ma solamente i valori di m calcolati rispettivamente come rapporto di $\frac{q}{p}$ e $\frac{i}{o}$. Diciamo esplicitamente che la dimensione dell'oggetto o era $0,021 \pm 0,001$ m.

Nella seguente figura riportiamo i valori di p e le q corrispondenti con i loro errori

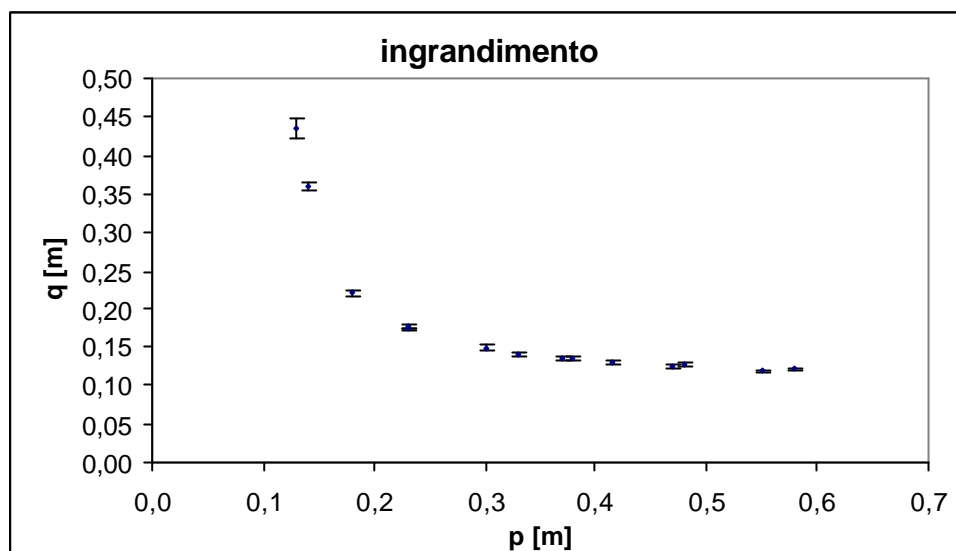


Fig. 9 Andamento delle q in funzione di p

In figura sono riportate le p e le corrispondenti q, in definitiva è riportato l'andamento della m fornito però dalla prima uguaglianza. Si vede come la distribuzione presenti un andamento asintotico quando la p, ovvero la distanza lente oggetto, o la q, distanza lente immagine, si avvicinano al valore 0,01 m, infatti al di là di quel valore non si avranno più immagini reali, ma solo virtuali perchè l'oggetto si troverebbe tra la lente e il fuoco.

Nella seguente tabella riportiamo i valori di m misurati con le due formule e i loro errori, mentre nella successiva figura questi dati verranno disposti in un grafico.

Come emerge dai dati le nostre misure concordano in modo molto soddisfacente, verificando a pieno la relazione (10). Molti punti sono addirittura sovrapposti, rendendo difficoltosa la lettura del grafico. Possiamo considerare dunque concluso questo paragrafo, presentando di seguito le tabelle con i valori e il successivo grafico.

Tabella 12. Valori di $m=q/p$ con errore

$m = \frac{q}{p}$? $m = \frac{q}{p}$
2,57	0,10
0,75	0,04
0,37	0,01
0,21	0,01
0,49	0,02
0,27	0,01
3,35	0,12
1,23	0,06
0,77	0,04
0,21	0,01
0,42	0,02
0,36	0,01
0,31	0,01
0,26	0,01

Tabella 13. Valori di $m=i/o$ con errore

$m = \frac{i}{o}$? $m = \frac{i}{o}$
2,51	0,11
0,77	0,02
0,36	0,01
0,26	0,01
0,49	0,03
0,28	0,01
3,19	0,25
1,28	0,06
0,75	0,03
0,21	0,01
0,45	0,02
0,38	0,02
0,33	0,02
0,24	0,01

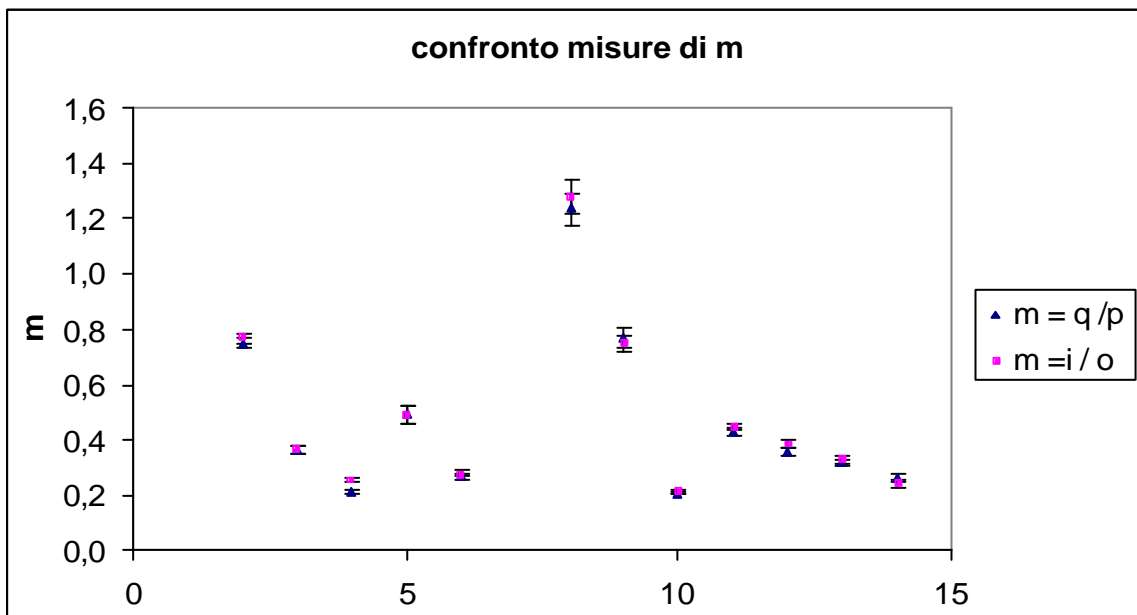


Fig. 10 Confronto degli andamenti di m rilevati con le due formule¹

1. Nel grafico non si sono riportati due valori esattamente il primo e il settimo esclusivamente per motivi grafici; comunque come emerge dalle tabelle 12 e 13 questi valori sono ampiamente confrontabili tra loro.

Conclusioni generali

Riprendiamo i risultati ottenuti nei paragrafi precedenti per dare una stima definitiva della distanza focale della lente convergente da noi usata.

Riportiamo dunque di seguito le stime di f ottenute con i metodi precedenti.

$$\begin{cases} f_{Diretta} = 0,099 \pm 0,002m \\ f_{Fit} = 0,098 \pm 0,001m \\ f_{Bessel} = 0,099 \pm 0,004m \end{cases}$$

Si esegue ora una media pesata dei tre valori in modo da fornire una stima definitiva del valore della f che riportiamo di seguito (si useranno sempre(12))

$$f = 0,098 \pm 0,001 \text{ m}$$

Ciò detto vogliamo, prima di concludere, fare delle considerazioni su delle difficoltà operative che si sono presentate: esse sono dovute principalmente ai problemi di rifrazione che si creano ai bordi dell'oggetto , i quali provocano una notevole difficoltà nello stabilire quando un' immagine sia a fuoco o meno. Infatti, I contorni sono sfuocati mentre il “ centro” dell'immagine risulta essere notevolmente a fuoco : si è cercato, nel rilevare le misure, di tener conto di entrambi gli aspetti.

Le misure della distanza focale della nostra lente, eseguite nei su descritti modi, sono tra loro molto consistenti; dunque possiamo ritenere l'esito dell'esperienza abbastanza soddisfacente.

Appendice

Riportiamo di seguito gli intervalli delle q per i quali l'immagine, tenuto conto di quanto detto nel paragrafo precedente, sembrano nitide. Questi valori sono quelli di cui ci si è serviti nel paragrafo 2 per determinare l'errore sulle q .

In modo analogo riportiamo gli intervalli in cui l'immagine era nitida per le p , infatti nel metodo di Bessel abbiamo fissato la d_i e variato la p sino a determinare le condizioni di nitidezza.

Inizio intervallo	Fine intervallo
q [m]	q [m]
0,350	0,370
0,170	0,175
0,131	0,140
0,115	0,121
0,140	0,156
0,121	0,129
0,407	0,463
0,214	0,230
0,170	0,183
0,118	0,124
0,136	0,144
0,130	0,140
0,125	0,136
0,121	0,131

Inizio intervallo	Fine intervallo
p [m]	q [m]
0,137	0,143
0,303	0,314
0,128	0,136
0,365	0,372
0,126	0,134
0,418	0,426
0,122	0,130
0,471	0,480
0,120	0,125
0,525	0,532
0,116	0,124
0,577	0,585
0,116	0,121
0,626	0,636
0,115	0,120
0,681	0,687

Bibliografia

1. P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci, “ Fisica II ”
2. A. Foti, C. Giannino “ Elementi di analisi dei dati sperimentali ”
3. Appunti del corso di Laboratorio di Fisica II tenuto dal prof. M. Lattuada
4. prof. S. Costa “ Misura della distanza focale di una lente convergente ”
5. J. R. Taylor “ Introduzione all’analisi degli errori ”