

Sommario

	Pag.
1. Scopo dell'esperienza	2
2. Presupposti teorici	3
3. Descrizione dell'apparato sperimentale	6
4. Descrizione dell'esperimento	7
5. Dati sperimentali e loro elaborazione	9
5.1 Set di misura con fondo scala $100mA$	9
5.2 Set di misura con fondo scala $60mA$	17
6. Conclusioni	24
7. Bibliografia	26

1. Scopo dell'esperimento

Scopo dell'esperimento è verificare la legge di Malus attraverso l'apparato sperimentale descritto nei paragrafi successivi.

La legge di Malus mette in relazione l'intensità di luce che si rileva all'uscita di due polaroidi con l'angolo formato dai piani individuati da ciascuno di essi.

L'esperienza vuole mettere così in evidenza il funzionamento dei filtri polaroidi il cui uso in ottica è molto frequente.

Una delle applicazioni più comune di questo tipo di filtri è, ad esempio, il loro utilizzo nella fabbricazione di occhiali da sole.

Attraverso i polaroidi viene ridotta l'intensità di luce che incide perpendicolarmente sul filtro (o la proiezione sull'asse ottico della radiazione luminosa).

I coni e i bastoncelli, che costituiscono gli elementi sensori della retina, sono *amorfi* e non distinguono quindi la luce polarizzata uscente da un filtro polaroide dalla luce isotropa. Per cui è visibile semplicemente l'effetto di attenuazione dell'intensità luminosa.

2. Presupposti teorici^{[1],[2],[3],[4]}

Il campo elettrico di un'onda elettromagnetica non polarizzata oscilla su tutte le direzioni. Sappiamo che il campo magnetico oscilla perpendicolarmente al campo elettrico e di conseguenza, se l'onda elettromagnetica non è polarizzata, esso oscilla ugualmente in tutte le direzioni.

E' però possibile, attraverso particolari strumenti, fare oscillare il campo elettrico (e quindi anche quello magnetico) solo in particolari direzioni. Tale procedura prende il nome di polarizzazione e gli strumenti che la effettuano si definiscono come otticamente attivi.

Effettivamente qualsiasi strumento trasparente attraversato da un raggio di luce non polarizzata, produce effetti di rifrazione e riflessione in cui è possibile riscontrare

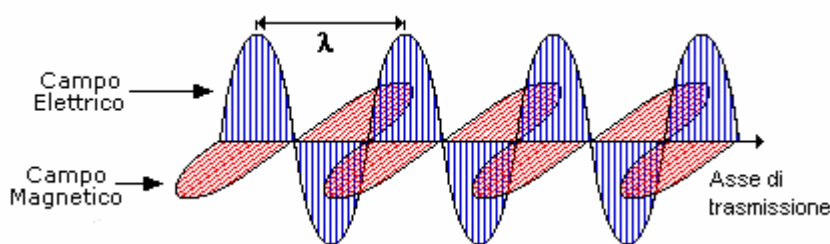


Figura 1 – Propagazione di un'onda elettromagnetica polarizzata

effetti di polarizzazione.

Esistono, però, particolari materiali di natura polimerica che, presentando una disposizione molecolare

anisotropa, favoriscono particolarmente la trasmissione della radiazione elettromagnetica in una direzione privilegiata. Tale direzione viene chiamata asse di trasmissione.

Lo strumento otticamente attivo da noi utilizzato nell'esperimento è il filtro polaroide.

Un filtro polaroide è un dispositivo ottico costituito da materiale polimerico (solitamente un policarbonato o un alcol polivinilico trattato con ioni iodio) che presenta le caratteristiche di anisotropia sopracitate. Le macromolecole che costituiscono il filtro sono infatti disposte su una particolare direzione che individua il piano



Figura 2 – Una filtro polaroide

privilegiato sul quale la radiazione trasmessa può oscillare (direzione di assorbimento del polaroide).

Se, a questo punto, si costruisce un dispositivo formato da una sorgente di luce isotropa, un primo polaroide (che chiameremo polarizzatore) che individua un piano privilegiato per l'oscillazione della

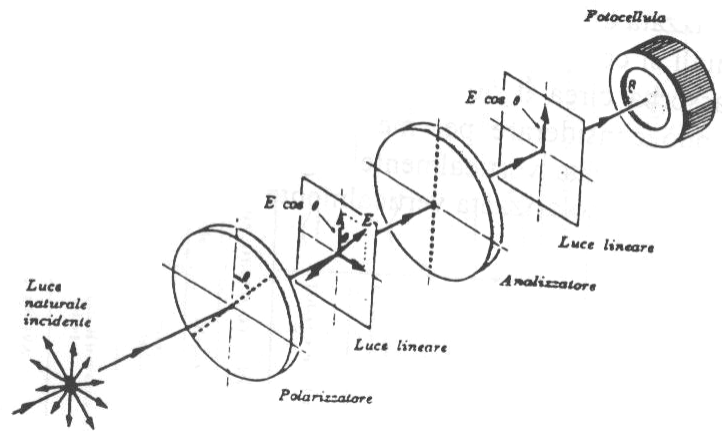


Figura 3 – Disposizione degli strumenti per la verifica della legge di Malus

radiazione elettromagnetica e un secondo polaroide (che chiameremo analizzatore) che attenua ulteriormente la radiazione trasmessa dal primo, otteniamo che la componente del campo elettrico trasmessa dal secondo polaroide è

$$(1) \quad E' = E \cos \theta$$

dove E è il modulo del campo elettrico trasmesso dal primo polaroide

E' è il modulo del campo elettrico trasmesso dal secondo polaroide

θ è l'angolo individuato dalle direzioni di assorbimento del primo e del secondo polaroide

ed essendo l'intensità luminosa proporzionale al quadrato del campo elettrico si avrà

$$(2) \quad I = I_0 \cos^2 \theta$$

dove I_0 è l'intensità luminosa trasmessa dal primo polaroide

I è l'intensità luminosa trasmessa dal secondo polaroide

θ è l'angolo individuato dalle direzioni di assorbimento del primo e del secondo polaroide

Da tali formule si può in particolare notare che quando l'angolo θ sarà nullo, l'intensità trasmessa sarà massima. In questo caso, infatti, l'analizzatore ha la stessa direzione di assorbimento del polarizzatore.

Viceversa, se q è 90 gradi, essendo le direzioni di assorbimento ortogonali tra di loro, non osserveremo (almeno teoricamente) trasmissione del segnale elettromagnetico attraverso l'analizzatore.

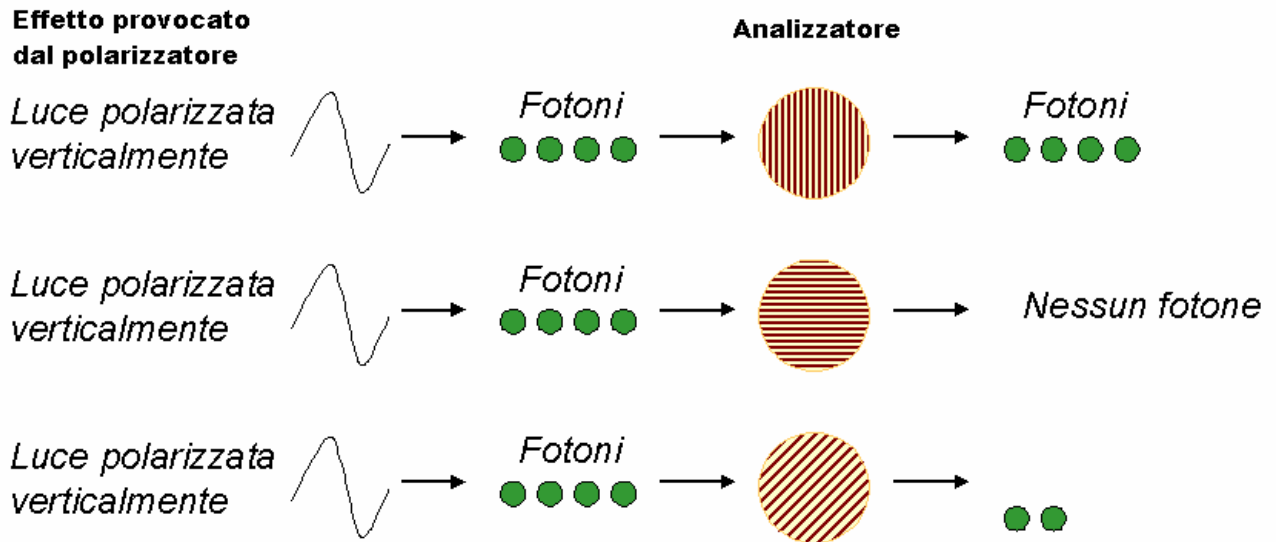


Figura 4 - Descrizione del fenomeno

Occorre infine osservare che, al fine di stimare l'intensità luminosa I trasmessa dall'analizzatore, utilizzeremo una fotocellula. Tale dispositivo converte il segnale luminoso in segnale elettrico (intensità di corrente).

Sarà nostra premura, quindi, in fase sperimentale, individuare quel range di intensità (luminoe e di corrente) nel quale la fotocellula ha una risposta pressoché lineare, al fine di poter sfruttare la seguente relazione che si ricava da tale linearità:

$$(3) \quad i = i_0 \cos^2 q$$

dove i è l'intensità di corrente rilevata dalla fotocellula

i_0 è l'intensità di corrente massima rilevata ($q = 0$)

q è l'angolo individuato dalle direzioni di assorbimento del primo e del secondo polaroide

3. Descrizione dell'apparato sperimentale

Durante l'esperimento abbiamo utilizzato il fascio di luce isotropa generato da un proiettore. L'intensità del fascio di luce è regolato da un diaframma posto tra la sorgente e il primo polaroide (polarizzatore); segue il secondo polaroide (analizzatore) e una fotocellula alla quale è collegato un microamperometro che misura indirettamente l'intensità di luce trasmessa dall'analizzatore. Tale intensità, per quanto visto nei presupposti teorici è correlata con l'intensità di corrente.



Figura 5 – Un apparato sperimentale simile a quello utilizzato nell'esperimento descritto.

Ciascuno dei polaroidi sopra citati può ruotare intorno all'asse di trasmissione ed è inoltre dotato di un goniometro (errore di lettura 1 grado) che ci permette di determinare l'angolo formato tra le direzioni di assorbimento.

Ogni strumento disposto sul banco ottico è inoltre dotato di un'asta regolabile in altezza, che può ruotare su se stessa, che ci consente di allineare gli strumenti.

Il microamperometro utilizzato aveva una classe di precisione pari a 0,5. Tenendo conto che:

$$e_{c.p.} = \frac{c.p. \cdot f.s.}{100}$$

Si ha che

$$e_{tot} = \sqrt{e_{c.p.}^2 + e_{lettura}^2} = 1mA$$

Questo è l'errore di cui terremo conto nelle misure dirette di corrente.

4. Descrizione dell'esperimento

All'inizio dell'esperimento si sono allineati gli strumenti in modo che l'asse di trasmissione fosse perpendicolare agli strumenti disposti sul banco ottico.

Dapprima, con il proiettore spento, si è misurata l'intensità di corrente rilevata dal microamperometro, dovuta alla luce presente nella stanza. Tale luce provocava un'intensità di corrente pari a $2 \pm 1 \mu\text{A}$. Per questo in fase di elaborazione si è utilizzata una legge di correlazione lineare, e non di semplice proporzionalità diretta.

Successivamente, acceso il proiettore, si è regolato il polarizzatore in modo che in corrispondenza dello zero dell'analizzatore si avesse il passaggio di luce massimo (rilevato attraverso la fotocellula).

A questo punto si è regolato il diaframma in modo da selezionare il valore del massimo di intensità di corrente.

La prima volta, al fine di sfruttare a pieno la scala del microamperometro, si è regolato tale massimo a $100 \pm 1 \mu\text{A}$; l'elaborazione dei dati sperimentali ha però messo in evidenza una risposta non lineare della fotocellula quando questa supera approssimativamente i $60 \pm 1 \mu\text{A}$.

Forti di questa considerazione abbiamo ricondotto l'esperimento, in un secondo momento, ponendo il massimo di corrente a $60 \pm 1 \mu\text{A}$ (tuttavia durante questo secondo esperimento si sono rilevate intensità di corrente che raggiungevano i $62 \pm 1 \mu\text{A}$).

I grafici in figg. 6, 7, 8 e 9 mostrano l'andamento non lineare trovato elaborando i dati relativi alla prima esperienza.

In effetti si trova sperimentalmente che le fotocellule, in genere, hanno una risposta lineare fino al raggiungimento di una certa soglia dopo la quale esse tendono a raggiungere una corrente di saturazione.

Nella raccolta dei dati sperimentali si è proceduto nel primo caso (max a $100 \pm 1 \mu\text{A}$) azzerando entrambi i goniometri e ruotando l'analizzatore di 5 gradi alla

volta, per un totale di 4 angoli giro. Si sono raccolti poi ulteriori dati relativi ai massimi e ai minimi dell'intensità di corrente.

Poiché in fase di analisi di questi dati si è determinato l'angolo a cui bisogna portare il polarizzatore al fine di avere un massimo quando l'analizzatore è azzerato, nel secondo caso (max a $60 \pm 1mA$) ci si è semplicemente limitati a portare il polarizzatore a tale angolo (19 gradi) e a ruotare l'analizzatore di 5 gradi alla volta, fino a raggiungere 5 angoli giro.

5. Dati sperimentali e loro elaborazione^{[5],[6],[7]}

5.1 Set di misura con fondo scala 100mA .

L'esperienza è stata condotta in due diversi momenti. La prima volta si sono raccolti i dati sperimentali imponendo come massima intensità di corrente $100 \pm 1 \text{mA}$.

Durante l'esperimento si sono effettuate alcune misure per poter ricavare in maniera precisa dove fossero localizzati i massimi ed i minimi dell'intensità di corrente al variare dell'angolo rilevato dal polarizzatore. Benché infatti i due polaroidi siano dotati entrambi di goniometro, essi non individuano sperimentalmente la stessa direzione di assorbimento quando entrambi i goniometri sono azzerati.

Si è dunque azzerato il goniometro del polarizzatore e si sono ricavate le seguenti misure:

Angolo Analizz. (gradi) ± 1	Intensità corrente (mA) $\pm 1 \text{mA}$	Angolo Analizz. (gradi) ± 1	Intensità corrente (mA) $\pm 1 \text{mA}$	Angolo Analizz. (gradi) ± 1	Intensità corrente (mA) $\pm 1 \text{mA}$	Angolo Analizz. (gradi) ± 1	Intensità corrente (mA) $\pm 1 \text{mA}$
10	98	100	4	190	97	280	4
11	98	101	4	191	97	281	4
12	98	102	3	192	97	282	3
13	98	103	2	193	98	283	2
14	98	104	2	194	98	284	2
15	98	105	1	195	98	285	1
16	98	106	1	196	98	286	1
17	98	107	1	197	98	287	1
18	98	108	1	198	98	288	1
19	98	109	1	199	98	289	1
20	98	110	1	200	98	290	1
21	98	111	1	201	98	291	1
22	98	112	1	202	98	292	1
23	98	113	2	203	98	293	2
24	98	114	2	204	98	294	2
25	98	115	3	205	97	295	3
26	98			206	97	296	4
27	98			207	97	297	4
28	97						

Tabella 1 – Dati relativi massimi e minimi dell'intensità di corrente

Alternativamente, tali dati si riferiscono a massimi e minimi dell'intensità di corrente.

Noi analizzeremo solo i dati relativi ai minimi perché, come si evince dall'analisi dei dati, nei massimi la fotocellula è prossima alla regione di saturazione, per cui perde la risposta lineare.

Per ogni minimo della corrente possiamo allora considerare il valore angolare centrale dell'intervallo individuato ed attribuirgli errore pari alla semiampiezza dello stesso intervallo.

Alfine inoltre di poter confrontare le due medie operiamo delle rotazioni opportune, ovvero sottraiamo 180 gradi alle misure che vanno da 190 a 207 gradi, e 270 a quelle che vanno da 280 a 297.

Se chiamiamo j_i tali medie "corrette" e Δj_i l'errore ad esse associato, ponendo

$$w_i = \frac{1}{(\Delta j_i)^2}$$

possiamo considerare:

$$j = \frac{\sum_{i=1}^2 w_i j_i}{\sum_{i=1}^2 w_i} = 19^\circ$$

e a tale misura attribuire un errore

$$\Delta j = \frac{\sum_{i=1}^2 w_i \Delta j_i}{\sum_{i=1}^2 w_i} = 3^\circ$$

Da tali considerazioni si ricava che se si vuole conoscere l'angolo q formato dalle direzioni di assorbimento dei due polaroidi, posta la ghiera dell'analizzatore sullo zero, si deve applicare la seguente formula:

$$(4) \quad \mathbf{q} = \mathbf{g} - \mathbf{j}$$

essendo g l'angolo letto sul goniometro dell'analizzatore

ed attribuire a q l'errore

$$\Delta q = \Delta g + \Delta j = 4^\circ$$

essendo l'errore assoluto massimo a priori dell'analizzatore pari a 1° . E' però da notare che tale errore, anche se appare relativamente elevato, essendo sistematico su

ogni misura non dovrebbe incidere significativamente sulla eventuale linearità dei dati ma su una eventuale posizione dello zero di q .

Di seguito sono riportati i dati sperimentali relativi alla prima esperienza. Tutti i dati tabulati sono stati ricavati azzerando il goniometro del polarizzatore e poi corretti in base alla formula (4).

I Set		II Set		III Set		IV Set	
q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1mA$	q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1mA$	q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1mA$	q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1mA$
1	99	1	97	1	97	1	97
6	99	6	96	6	97	6	97
11	98	11	95	11	95	11	96
16	96	16	93	16	93	16	94
21	93	21	91	21	91	21	91
26	90	26	87	26	87	26	87
31	85	31	83	31	83	31	83
36	80	36	78	36	78	36	77
41	73	41	71	41	71	41	71
46	60	46	63	46	64	46	63
51	56	51	54	51	54	51	54
56	45	56	45	56	44	56	44
61	35	61	35	61	35	61	34
66	26	66	25	66	25	66	25
71	17	71	16	71	16	71	17
76	10	76	10	76	10	76	9
81	5	81	5	81	4	81	4
86	2	86	1	86	2	86	1
91	1	91	1	91	1	91	1
96	3	96	3	96	3	96	3
101	7	101	7	101	7	101	7
106	13	106	13	106	13	106	12
111	21	111	20	111	20	111	20
116	30	116	29	116	29	116	29
121	40	121	39	121	39	121	39
126	50	126	49	126	49	126	49
131	60	131	59	131	58	131	58
136	69	136	66	136	67	136	67
141	76	141	73	141	74	141	74
146	82	146	80	146	81	146	80
151	86	151	85	151	85	151	84
156	90	156	89	156	89	156	89
161	93	161	92	161	92	161	92
166	95	166	94	166	94	166	94
171	97	171	96	171	95	171	95
176	98	176	97	176	97	176	96
181	98	181	97	181	97	181	97

I Set		II Set		III Set		IV Set	
q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1mA$	q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1mA$	q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1mA$	q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1mA$
186	97	186	96	186	97	186	96
191	96	191	95	191	95	191	95
196	94	196	93	196	93	196	93
201	92	201	90	201	91	201	90
206	88	206	87	206	88	206	87
211	84	211	83	211	83	211	83
216	78	216	77	216	77	216	77
221	72	221	71	221	71	221	71
226	64	226	63	226	63	226	62
231	54	231	54	231	54	231	53
236	44	236	45	236	44	236	44
241	34	241	34	241	34	241	34
246	25	246	25	246	25	246	25
251	16	251	16	251	16	251	16
256	9	256	9	256	9	256	10
261	4	261	4	261	4	261	4
266	1	266	2	266	2	266	1
271	1	271	1	271	1	271	1
276	3	276	3	276	3	276	3
281	7	281	7	281	7	281	7
286	13	286	13	286	13	286	13
291	21	291	20	291	20	291	20
296	30	296	29	296	29	296	28
301	41	301	39	301	39	301	38
306	50	306	49	306	49	306	50
311	60	311	59	311	59	311	58
316	69	316	67	316	67	316	67
321	75	321	74	321	74	321	74
326	81	326	80	326	81	326	80
331	86	331	85	331	85	331	84
336	90	336	89	336	89	336	89
341	94	341	92	341	92	341	92
346	96	346	94	346	94	346	94
351	98	351	96	351	96	351	96
356	99	356	97	356	96	356	97

Tabella 2 – Dati prima esperienza (intensità di corrente massima 100mA)

Segue ora l'analisi dei suddetti dati. L'analisi dei dati è stata condotta nel seguente modo:

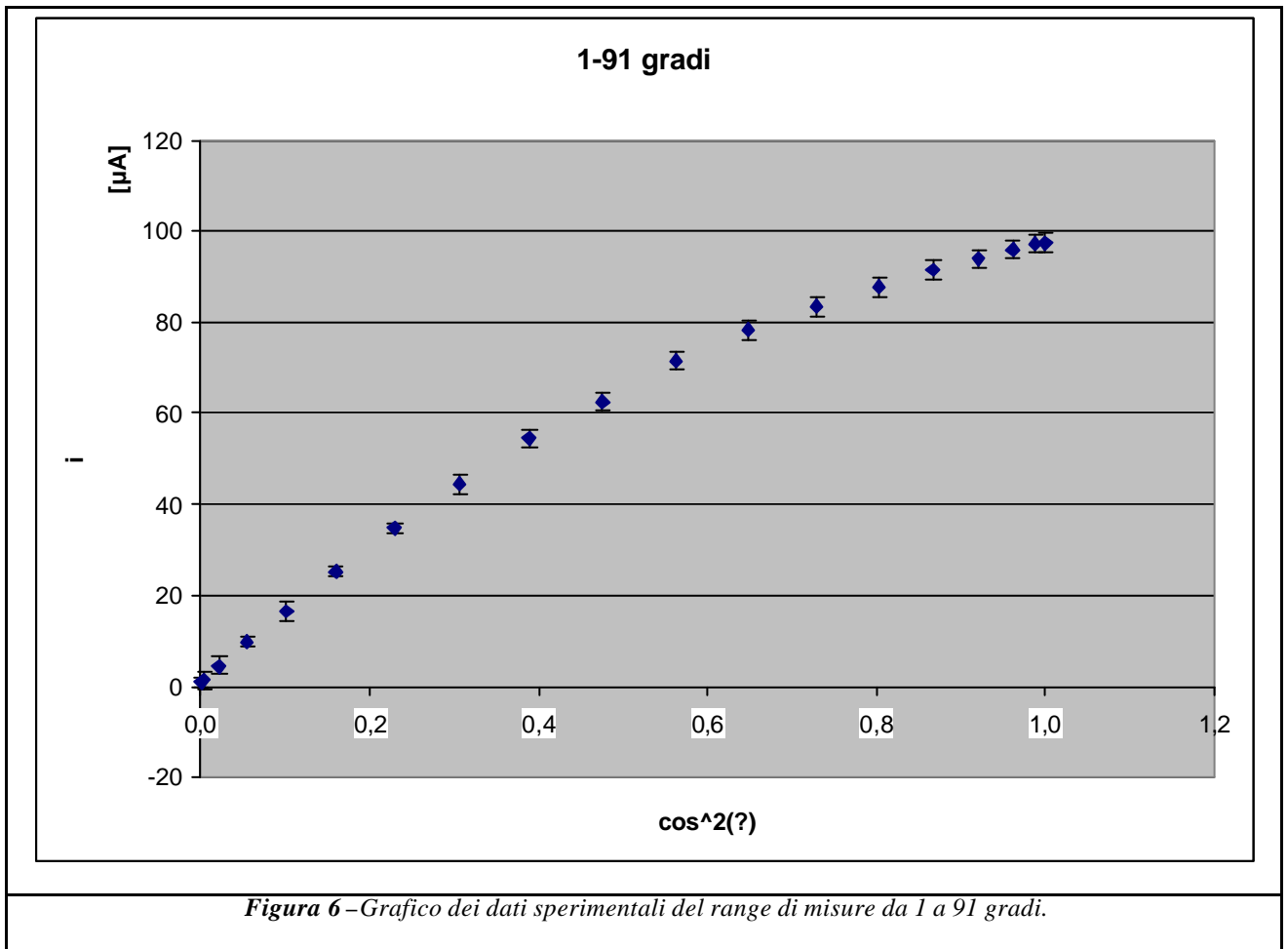
1. Si sono scelti quattro intervalli (non disgiunti) di angoli. Tali intervalli sono [1, 91]; [91, 181]; [181, 271]; [271, 361] gradi.
2. Per ogni angolo esaminato sono state considerate le relative intensità di corrente (4 per i dati in tab. 2) e si è proceduto ad effettuare una media

aritmetica di queste così da far corrispondere ogni angolo alla media aritmetica appena descritta; ad ognuna delle medie calcolate si è fatto corrispondere il seguente errore:

$$\Delta i_i = \sqrt{s_i^2 + e_{lett.}^2 + e_{c.p.}^2}$$

ove con s_i si è indicato l'errore statistico attribuito ad ogni media.

Nel diagramma cartesiano graficheremo quindi come variabile indipendente il \cos^2 dell'angolo q e come variabile dipendente le medie dell'intensità di corrente. Tali grandezze, in base alla formula (3) dovrebbero seguire un andamento lineare.



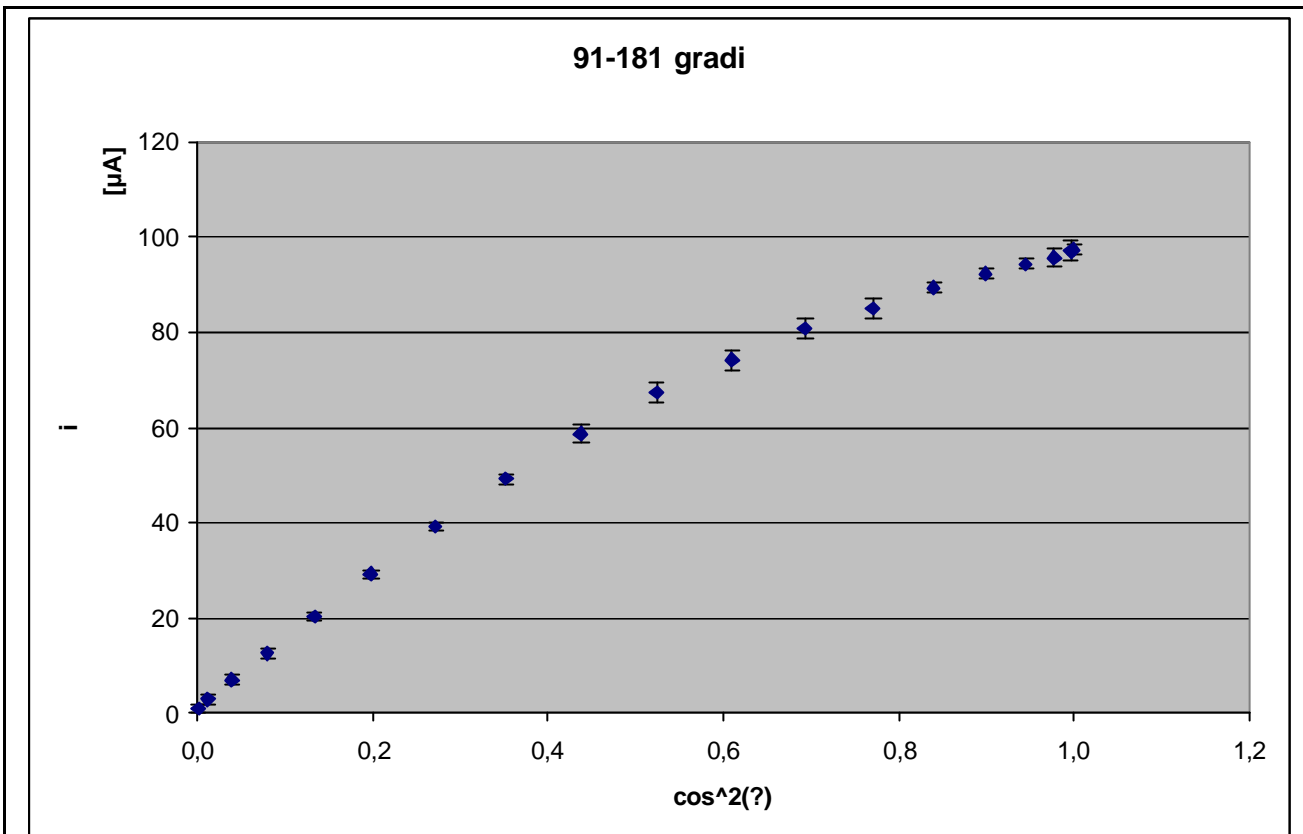


Figura 7 – Grafico dei dati sperimentali del range di misure da 91 a 181 gradi.

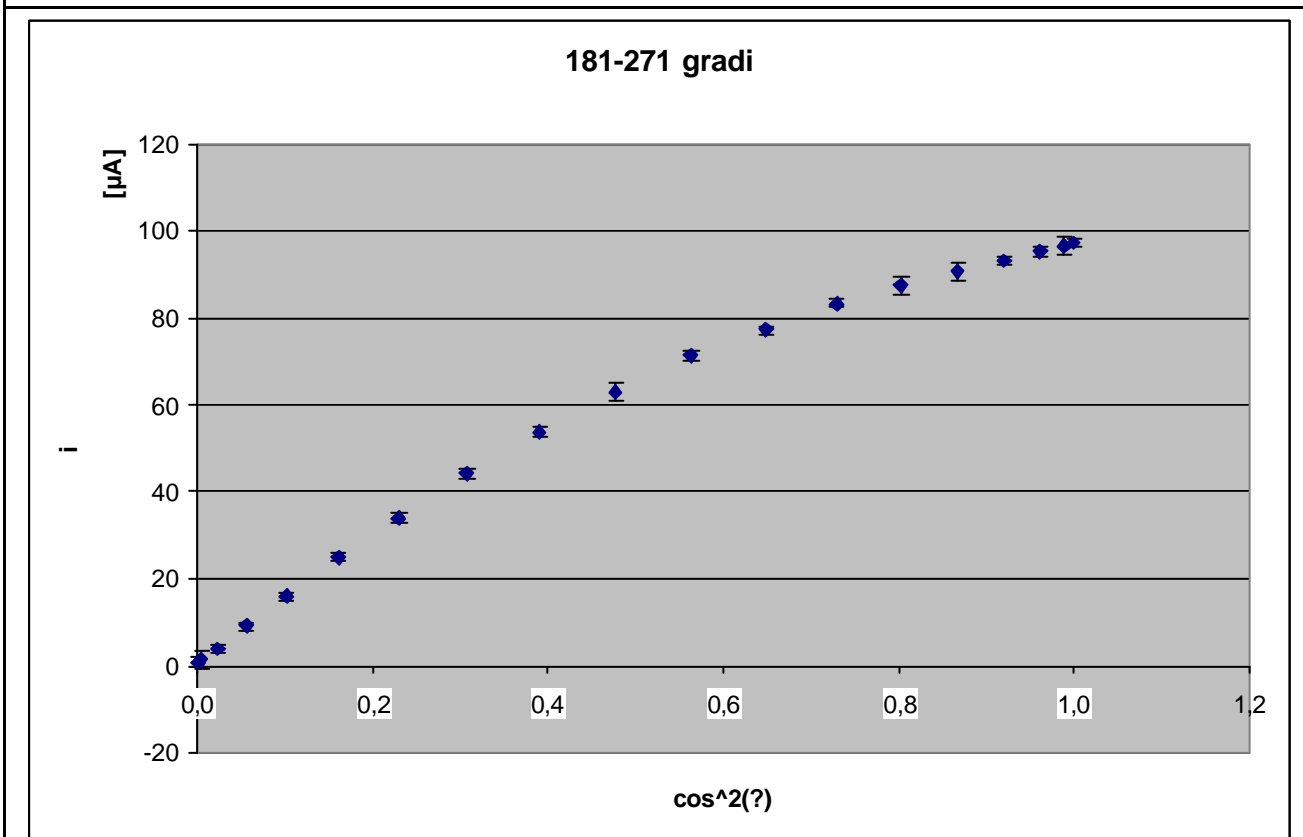
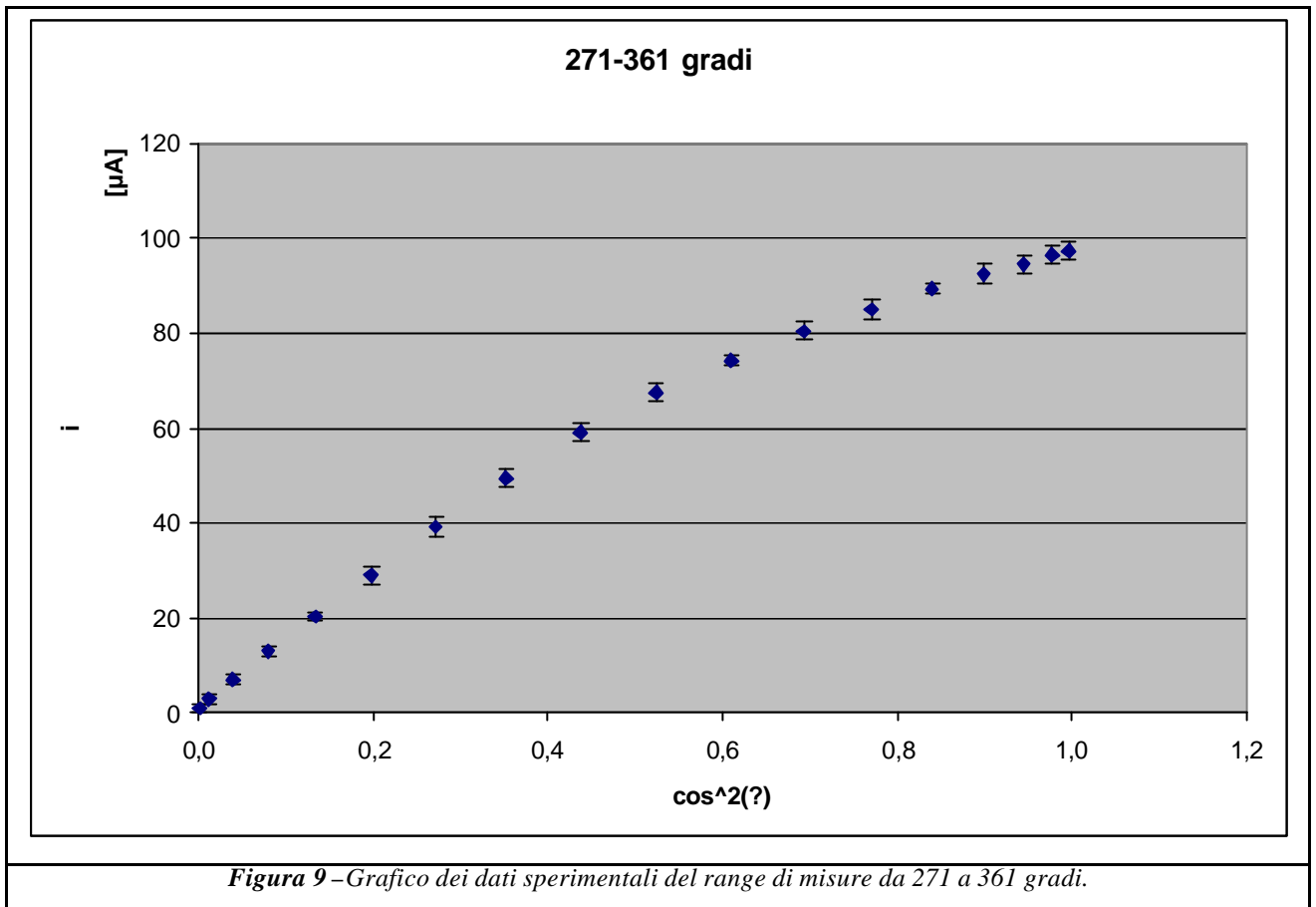


Figura 8 – Grafico dei dati sperimentali del range di misure da 181 a 271 gradi.



Tali dati grafici mostrano una inattesa non linearità nei range di misura per cui l'intensità di corrente supera i 60mA .

Per quanto discusso nei paragrafi precedenti tale effetto potrebbe essere dovuto ad una risposta non lineare della fotocellula quando le viene sottoposta un'intensità luminosa tale che l'intensità di corrente superi i 60mA .

Al fine di poter comunque definire il grado di linearità di tali dati nella zona tale che $i \leq 60mA$ si è proceduto al calcolo del **coefficiente di correlazione lineare r di Bravais-Pearson** la cui espressione è la seguente:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

Per i dati in tab. 2 per i quali l'intensità di corrente risulta inferiore o uguale ai 60mA si ottengono i seguenti coefficienti r:

	1-91 gradi	91-181 gradi	181-271 gradi	271-361 gradi
r	0,9989	0,9991	0,9990	0,9992

Tabella 3 – Coefficiente di **Bravais-Pearson** per le misure aventi intensità di corrente inferiori a $60 \pm 1mA$

Poiché dati che non seguono un andamento lineare hanno probabilità inferiore all'1% di dare una r maggiore di 0,9 (tenuto conto che le misure considerate sono sempre maggiori di 8) possiamo a buona ragione supporre che le misure con intensità di corrente $\leq 60mA$ seguano un andamento lineare.

Sulla base di questa considerazione abbiamo effettuato una seconda volta l'esperienza imponendo come intensità massima $60 \pm 1mA$.

Nel paragrafo successivo vengono mostrati ed elaborati i dati relativi a questa seconda esperienza.

5.2 Set di misura con fondo scala 60mA .

E' di seguito riportata la tabella con i dati sperimentali suddivisi nei 5 set di misure effettuati. I dati sono stati raccolti portando il polarizzatore ad un angolo pari a 19° (vedasi 5.1).

I Set		II Set		III Set		IV Set		V Set	
q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1\text{mA}$	q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1\text{mA}$	q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1\text{mA}$	q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1\text{mA}$	q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1\text{mA}$
0	60	0	61	0	60	0	60	0	60
5	59	5	60	5	60	5	59	5	59
10	58	10	59	10	59	10	58	10	58
15	56	15	58	15	57	15	57	15	57
20	54	20	55	20	55	20	54	20	54
25	51	25	52	25	51	25	51	25	51
30	47	30	48	30	47	30	47	30	47
35	43	35	43	35	43	35	43	35	43
40	38	40	39	40	38	40	38	40	38
45	33	45	33	45	32	45	33	45	33
50	27	50	28	50	27	50	27	50	27
55	22	55	23	55	22	55	22	55	22
60	17	60	17	60	17	60	17	60	18
65	13	65	13	65	13	65	13	65	13
70	8	70	9	70	8	70	9	70	9
75	5	75	5	75	5	75	6	75	6
80	3	80	3	80	3	80	3	80	3
85	1	85	1	85	1	85	2	85	2
90	1	90	1	90	1	90	1	90	1
95	2	95	2	95	2	95	2	95	2
100	3	100	3	100	3	100	3	100	3
105	6	105	6	105	6	105	6	105	6
110	10	110	10	110	10	110	10	110	10
115	14	115	14	115	13	115	14	115	14
120	19	120	19	120	18	120	18	120	18
125	24	125	24	125	23	125	24	125	24
130	29	130	29	130	28	130	29	130	29
135	34	135	36	135	34	135	34	135	34
140	40	140	40	140	39	140	39	140	39
145	44	145	45	145	44	145	44	145	44
150	48	150	49	150	48	150	48	150	49
155	52	155	53	155	52	155	52	155	52
160	54	160	56	160	55	160	55	160	55
165	57	165	58	165	58	165	57	165	58
170	58	170	60	170	59	170	59	170	59
175	59	175	61	175	60	175	60	175	60
180	59	180	61	180	60	180	60	180	60

I Set		II Set		III Set		IV Set		V Set	
q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1mA$	q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1mA$	q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1mA$	q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1mA$	q (gradi) ± 4	Intensità corrente (mA) $\pm 1mA$
185	59	185	60	185	60	185	59	185	60
190	58	190	59	190	59	190	58	190	59
195	56	195	58	195	57	195	56	195	57
200	53	200	55	200	54	200	54	200	54
205	50	205	52	205	51	205	51	205	51
210	46	210	48	210	47	210	47	210	47
215	42	215	43	215	43	215	43	215	43
220	37	220	38	220	38	220	38	220	38
225	32	225	33	225	33	225	33	225	33
230	27	230	28	230	27	230	27	230	28
235	22	235	23	235	22	235	23	235	23
240	17	240	17	240	17	240	17	240	17
245	12	245	13	245	13	245	13	245	13
250	8	250	9	250	8	250	9	250	9
255	5	255	5	255	5	255	5	255	6
260	3	260	3	260	3	260	3	260	3
265	1	265	1	265	1	265	1	265	2
270	1	270	1	270	1	270	1	270	1
275	2	275	2	275	2	275	2	275	2
280	3	280	4	280	4	280	3	280	4
285	6	285	6	285	6	285	6	285	6
290	9	290	10	290	10	290	10	290	10
295	15	295	14	295	14	295	14	295	14
300	20	300	19	300	18	300	18	300	19
305	25	305	24	305	24	305	24	305	24
310	31	310	29	310	29	310	29	310	29
315	37	315	35	315	35	315	34	315	34
320	42	320	41	320	40	320	40	320	40
325	45	325	45	325	45	325	45	325	45
330	49	330	49	330	49	330	49	330	49
335	52	335	53	335	52	335	53	335	53
340	56	340	56	340	55	340	56	340	56
345	58	345	58	345	58	345	58	345	58
350	59	350	60	350	60	350	60	350	60
355	60	355	60	355	60	355	60	355	61

Tabella 4 – Dati seconda esperienza (intensità di corrente massima 60mA)

Mostriamo ora una rappresentazione di tali dati sperimentali, dividendoli negli insiemi di misure [0,90],[90,180],[180,270],[270,360] gradi correlando ad ogni angolo la media aritmetica delle relative intensità di corrente ed associando a quest'ultime l'errore

$$\Delta i_i = \sqrt{s_i^2 + e_{lett.}^2 + e_{c.p.}^2}$$

così come fatto nel precedente paragrafo

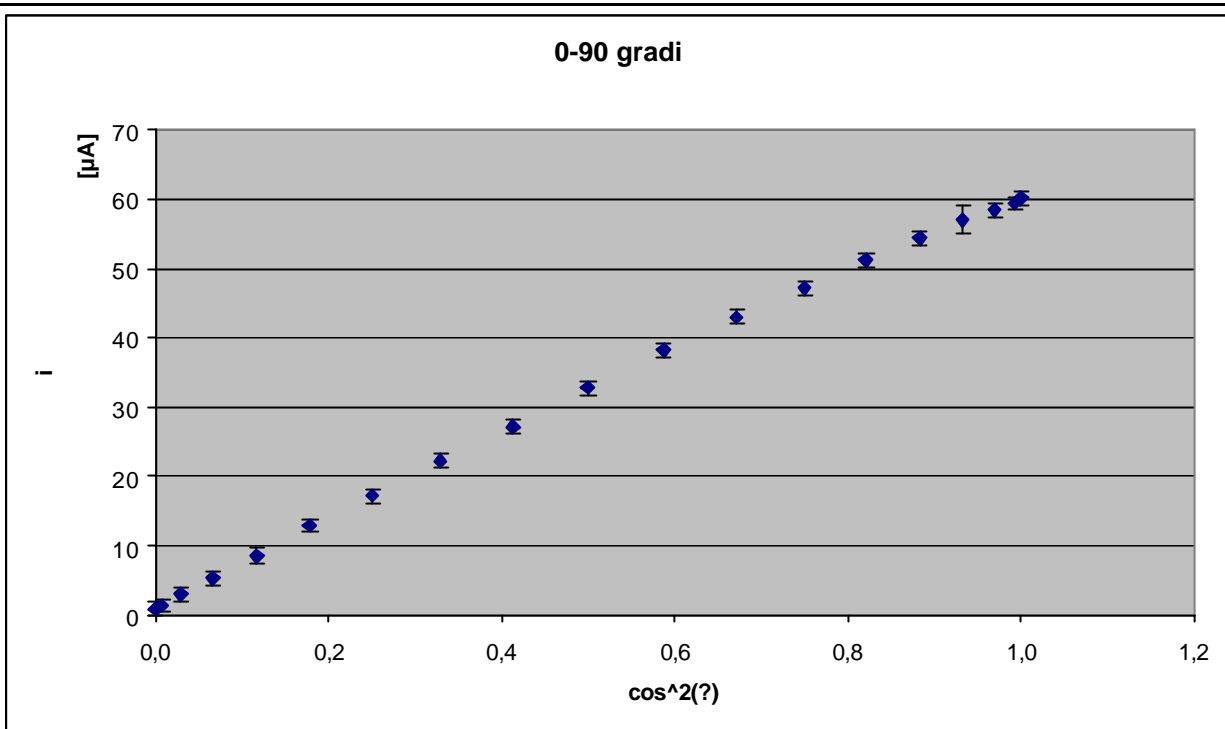


Figura 10 – Grafico dei dati sperimentali del range di misure da 0 a 90 gradi.

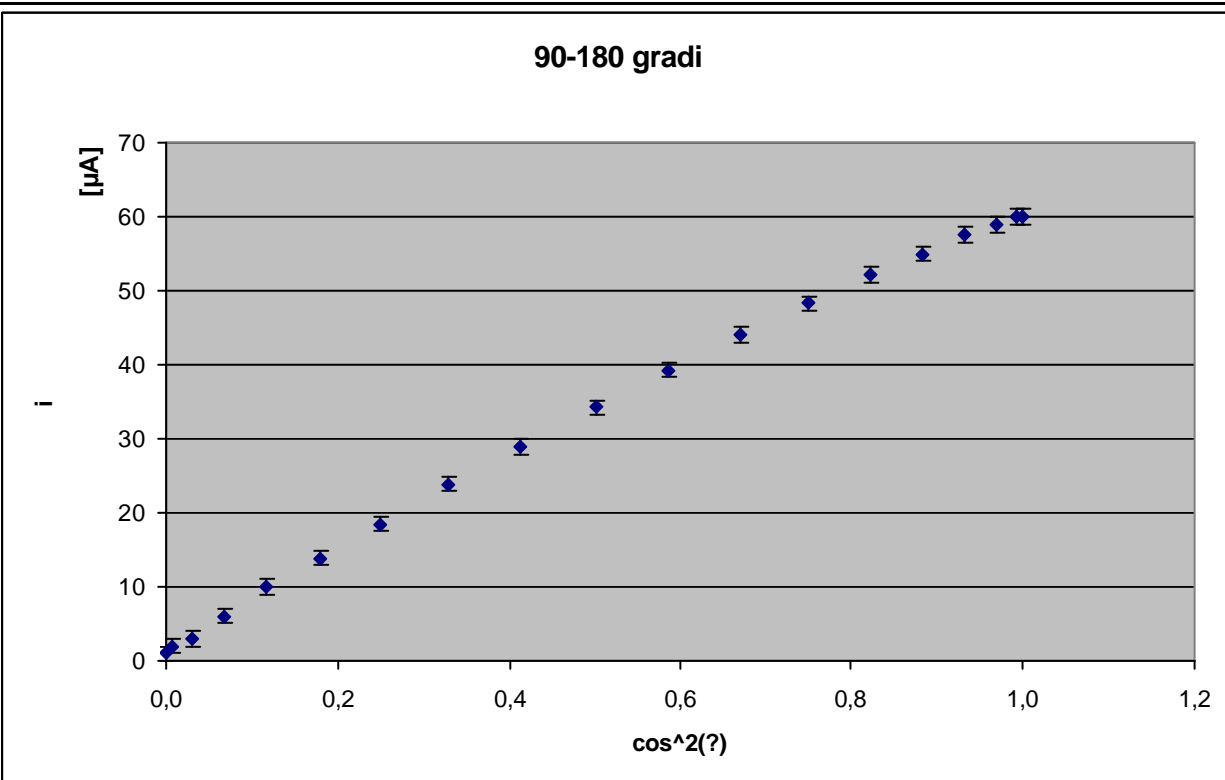


Figura 11 – Grafico dei dati sperimentali del range di misure da 90 a 180 gradi.

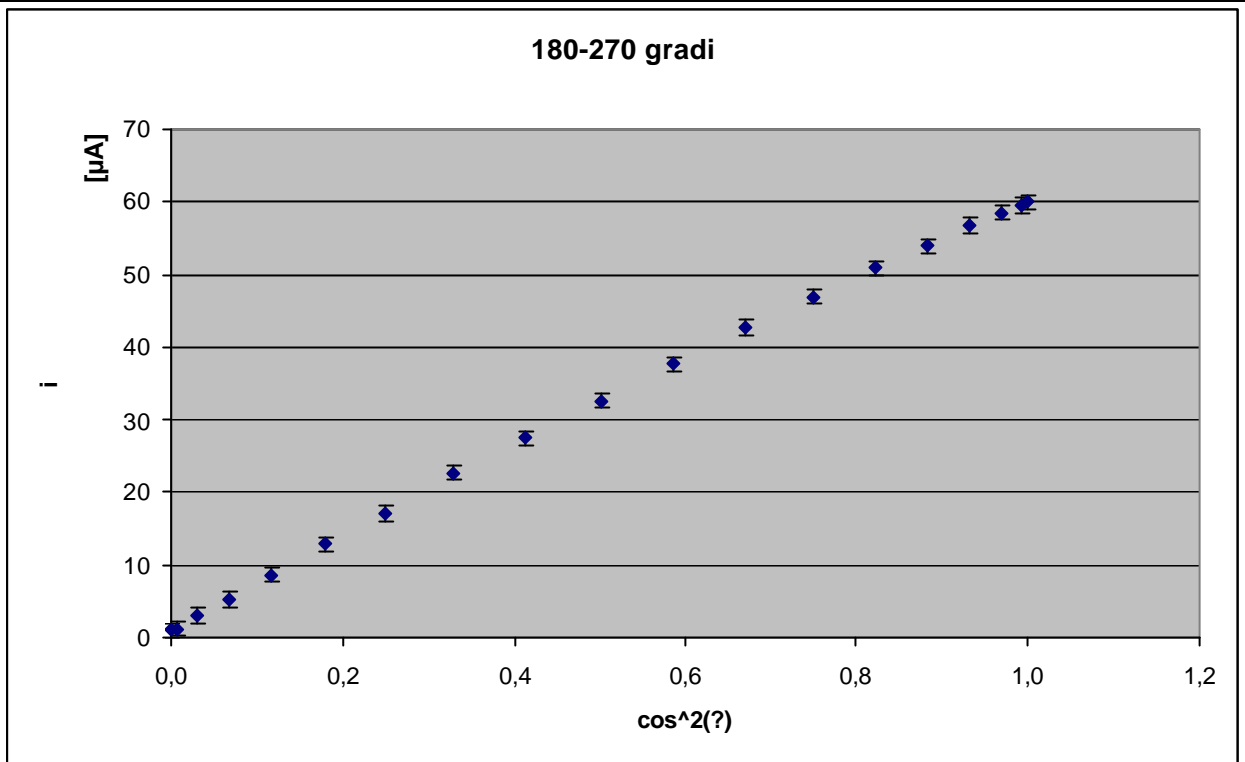


Figura 12 – Grafico dei dati sperimentali del range di misure da 180 a 270 gradi.

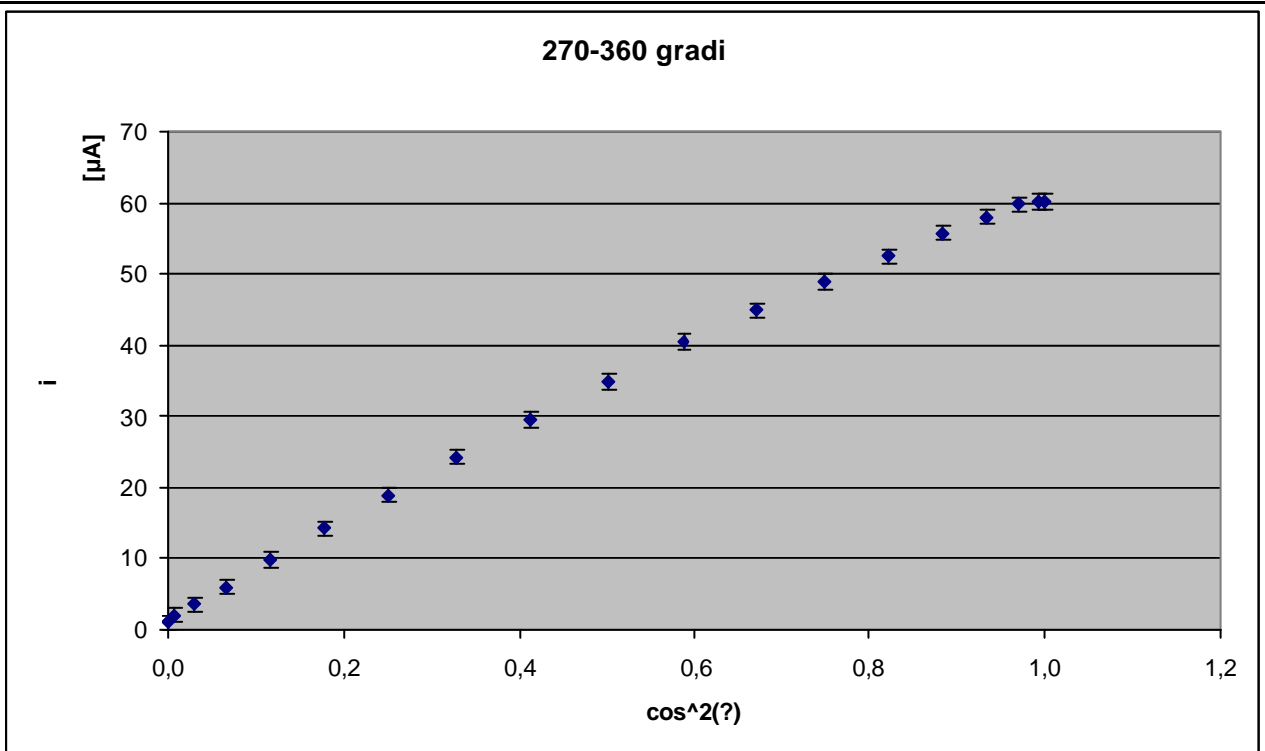


Figura 13 – Grafico dei dati sperimentali del range di misure da 270 a 360 gradi.

Come già fatto nel paragrafo precedente procediamo al calcolo del coefficiente di correlazione lineare di Bravais-Pearson per avere una stima della linearità dei dati raccolti.

	0-90 gradi	90-180 gradi	180-270 gradi	270-360 gradi
r	0,9992	0,9982	0,9990	0,9977

Tabella 5 – Coefficiente di Bravais-Pearson per le misure effettuate nella seconda esperienza

Verificato che i dati seguono un andamento lineare procediamo ad un best-fit lineare.

Tale best-fit è stato eseguito per ogni intervallo angolare [0,90], [90,180], [180,270], [270,360].

Attraverso le suddette operazioni, indicato con m il coefficiente angolare della retta e q la sua intercetta, si è pervenuti ai seguenti risultati:

I Serie (0-90 gradi)		II Serie (90-180 gradi)	
m	q	m	q
$59,35 \pm 0,93 mA$	$1,95 \pm 0,39 mA$	$59,28 \pm 0,94 mA$	$2,83 \pm 0,57 mA$
III Serie (180-270 gradi)		IV Serie (270-360 gradi)	
m	q	m	q
$59,30 \pm 0,94 mA$	$1,89 \pm 0,58 mA$	$59,69 \pm 0,94 mA$	$3,06 \pm 0,58 mA$

Tabella 6 – Coefficienti della retta di Best-fit calcolata sui dati ricavati dalla seconda esperienza

Di seguito vengono mostrate le elaborazioni dei dati in tab. 4 con le relative rette di best-fit:

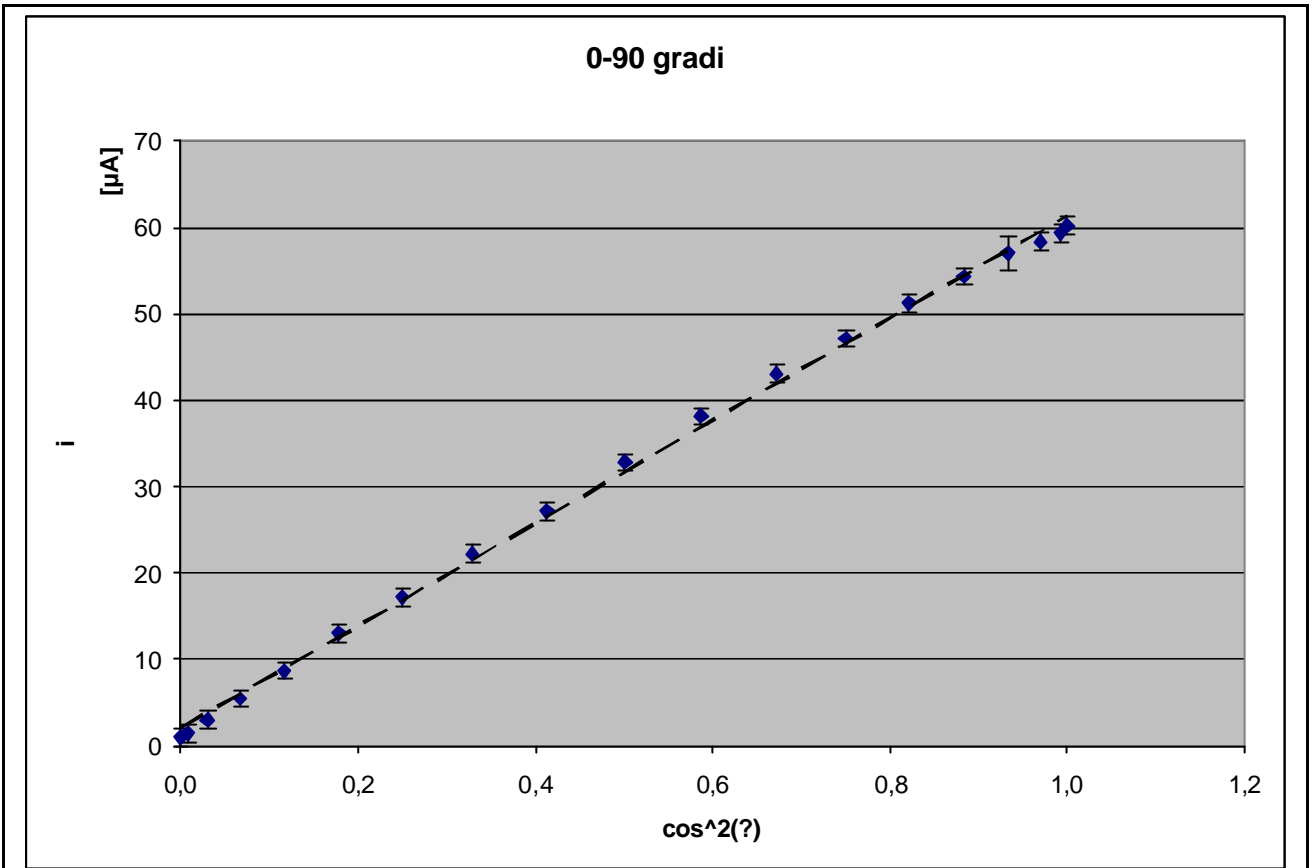


Figura 14 – Grafico dei dati sperimentali del range di misure da 0 a 90 gradi e relativa retta di best-fit.

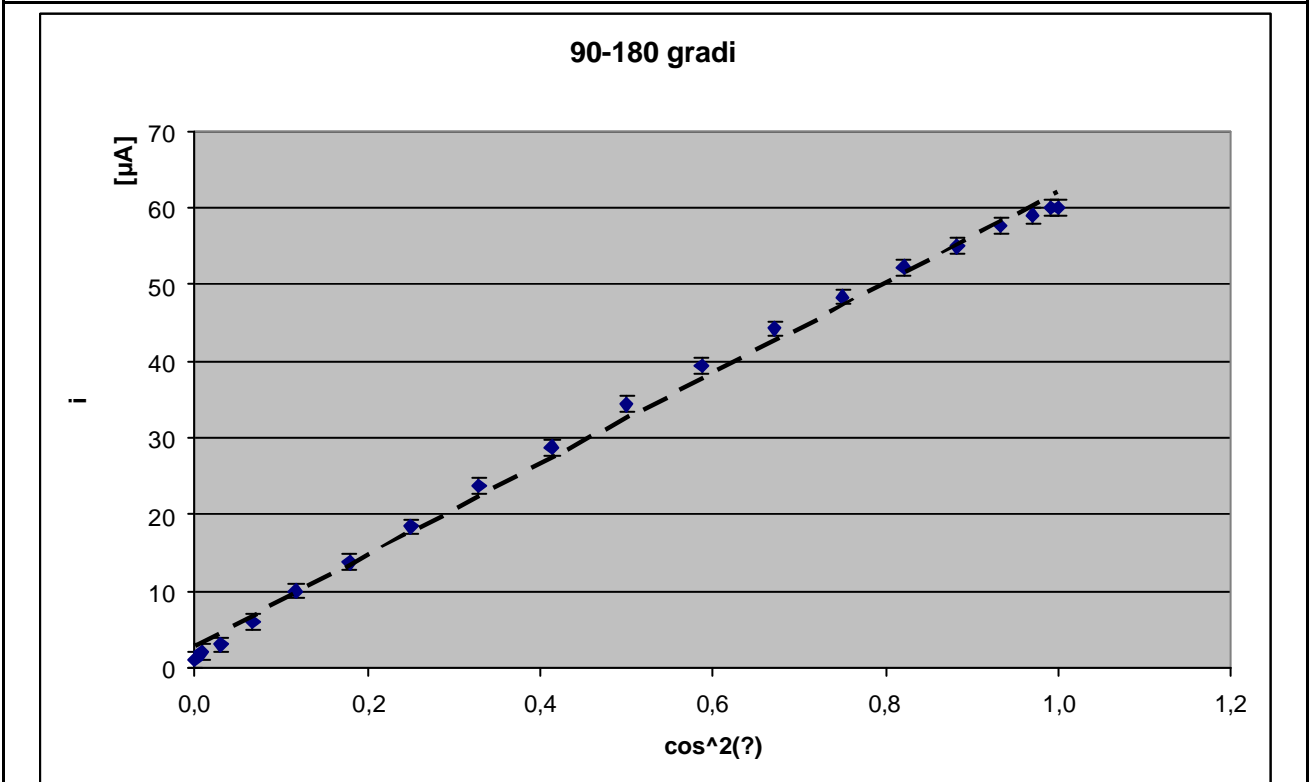


Figura 15 – Grafico dei dati sperimentali del range di misure da 90 a 180 gradi e relativa retta di best-fit.

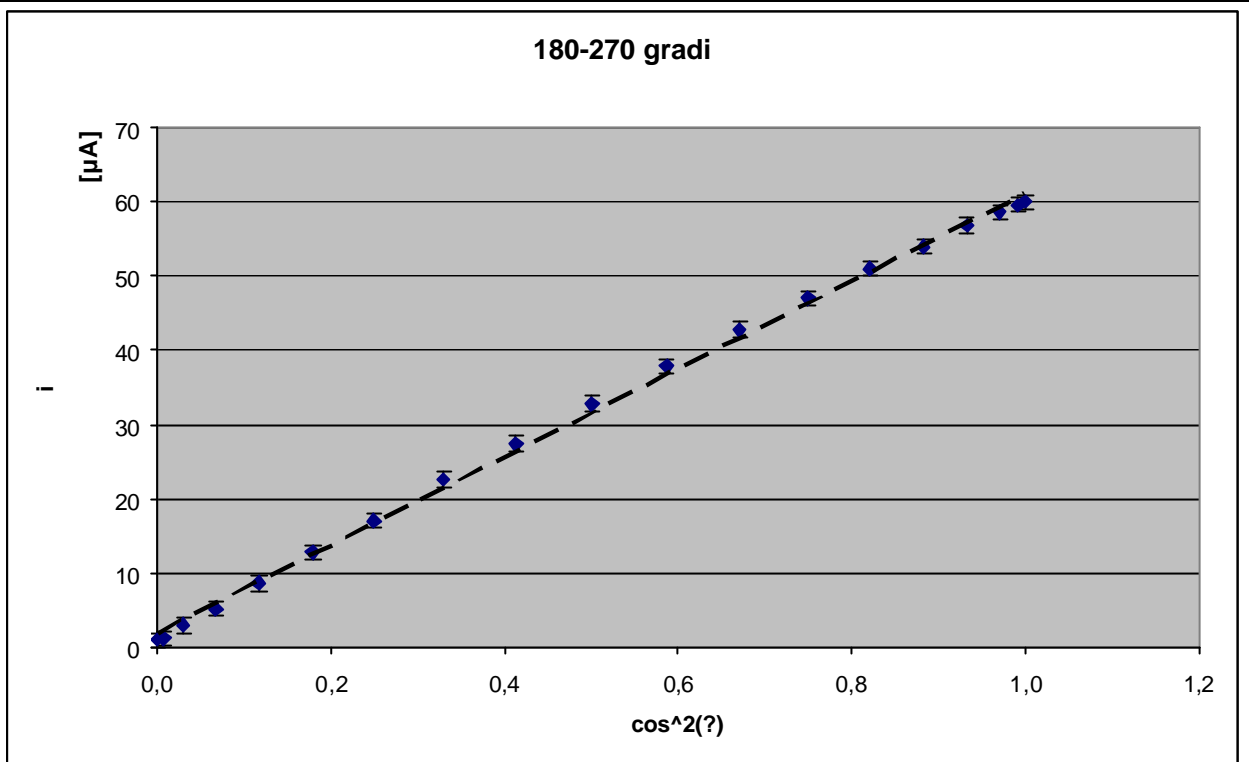


Figura 16 – Grafico dei dati sperimentali del range di misure da 180 a 270 gradi e relativa retta di best-fit.

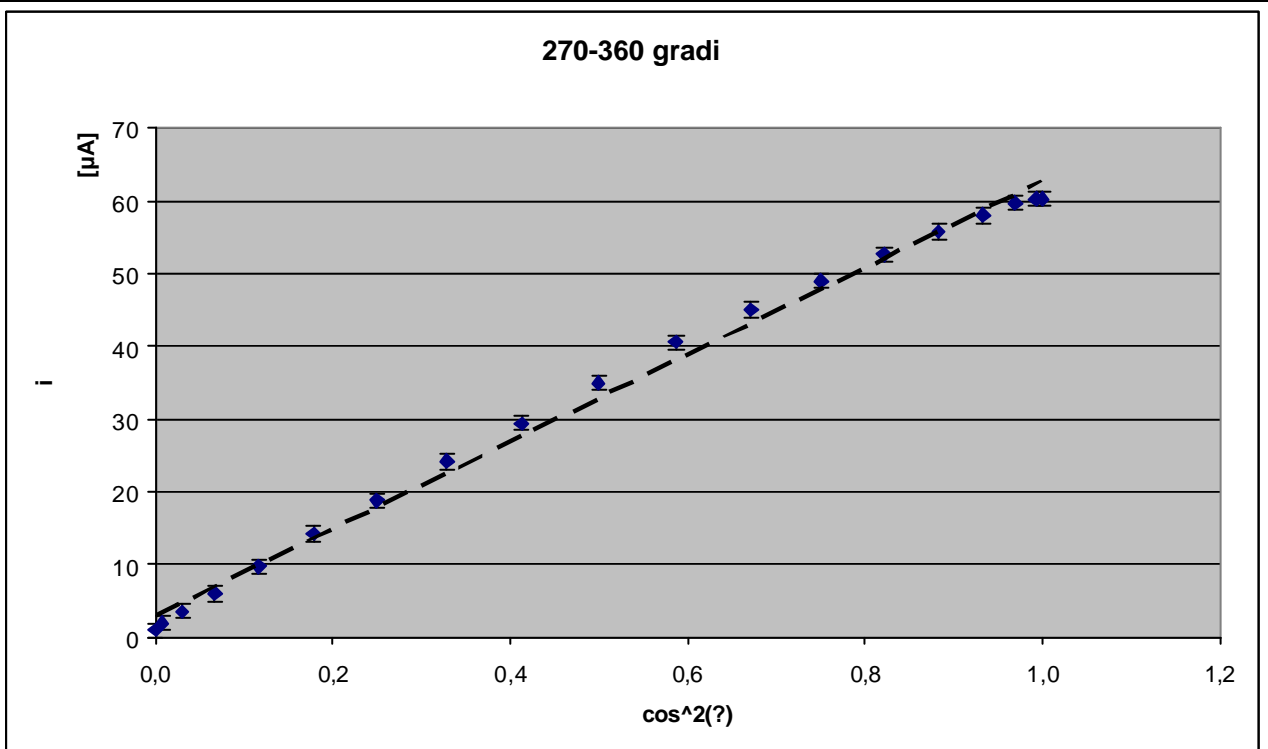


Figura 17 – Grafico dei dati sperimentali del range di misure da 270 a 360 gradi e relativa retta di best-fit.

6. Conclusioni

Una volta individuata la zona di risposta lineare della fotocellula utilizzata in laboratorio si è potuta verificare in maniera del tutto agevole la legge di Malus.

In fase di elaborazione non solo si è trovata l'attesa linearità fra le grandezze i e \cos^2 , ma analizzando le intercette ottenute (q) nel best-fit, si osserva che esse sono tutte intersecanti il range $2 \pm 1 \text{mA}$, corrispondente all'intensità luminosa di fondo misurata all'inizio dell'esperimento, così come era lecito attendersi.

L'esperimento si può quindi considerare concluso in maniera soddisfacente.

In merito all'esperienza di cui al paragrafo 5.2 mostriamo infine una ulteriore rappresentazione dei dati sperimentali: media dell'intensità di corrente, espressa in mA , in funzione dell'angolo q , espresso in radianti.

Tale rappresentazione permette di raggruppare i dati in un solo grafico (perché non utilizziamo come variabile indipendente il \cos^2 , che è periodico) e ci permette di visualizzarli con una legge nota che, in base alla formula (3), è del tipo

$$(5) \quad y = k \cos^2 x + i_f$$

dove $i_f = 2 \pm 1 \text{mA}$ rappresenta l'intensità di fondo (quella ambientale).

k è una media aritmetica dei massimi in tabella (4)

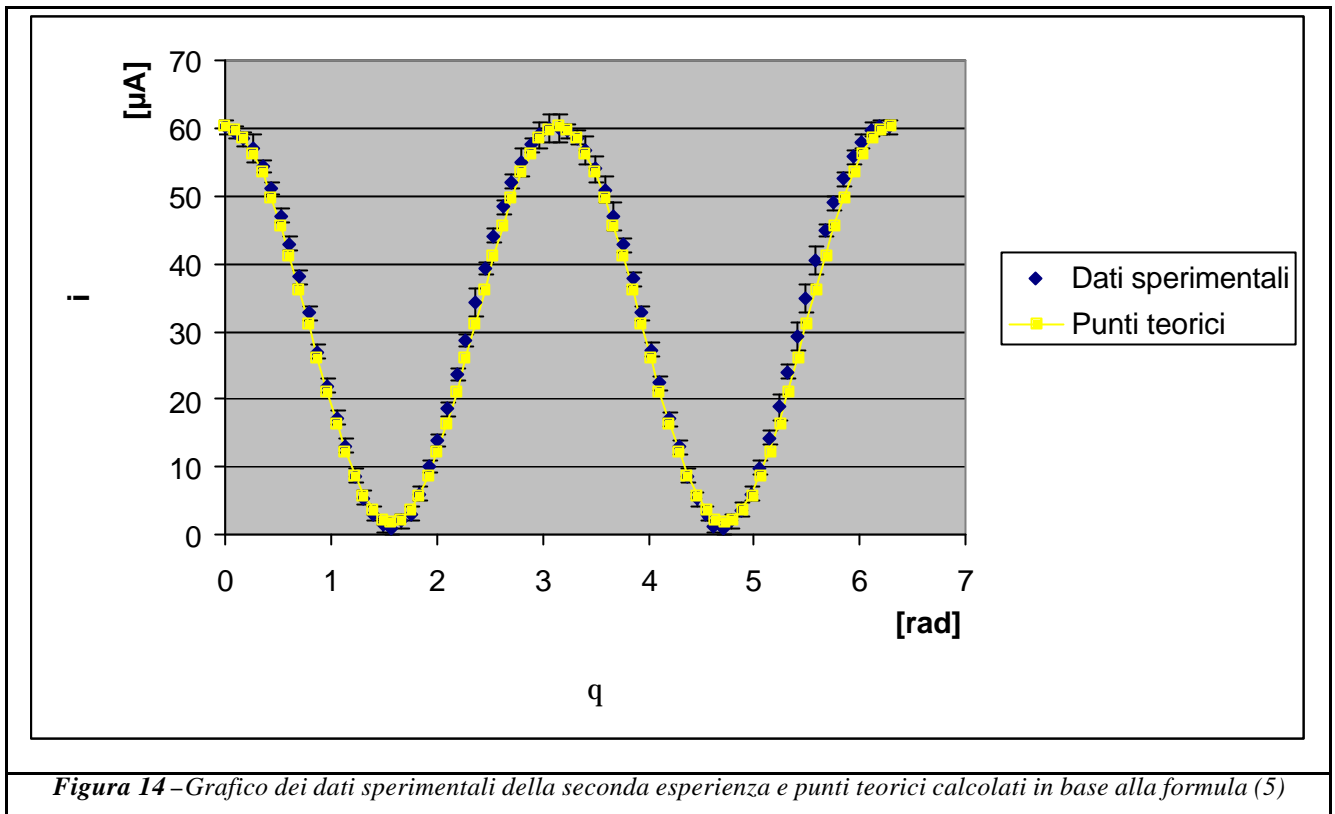


Figura 14 – Grafico dei dati sperimentali della seconda esperienza e punti teorici calcolati in base alla formula (5)

Per tale grafico si ha che:

$$c^2 = \sum_1^{72} \frac{(E_i - O_i)^2}{E_i} = 9,90 \ll 72$$

Il che rivela ancora una volta che i dati sperimentali seguono in maniera soddisfacente l'andamento teorico previsto.

7. Bibliografia

- [1] P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci: *Fisica, Volume II* (Ed. Edises)
- [2] E. M. Purcell: *La fisica di Berkley - Elettività e magnetismo* (ed. Zanichelli)
- [3] Schede di Istruzioni delle Esperienze (Corso di Esperimentazioni di Fisica II) a cura dei Prof. Salvatore Costa e Francesca Rizzo;
- [4] Appunti del prof. Marcello Lattuada, Laboratorio di Fisica II, anno accademico 2003/2004;

Per la parte riguardante l'analisi degli errori e le elaborazioni sono stati usati:

- [5] M. Loreti: *Teoria degli errori e fondamenti di statistica* (Ed. Zanichelli, Bologna)
- [6] J.R. Taylor: *Introduzione all'analisi degli errori* (Ed. Zanichelli, Bologna)
- [7] A. Foti, C. Gianino: *Elementi di analisi dei dati sperimentali* (Ed. Liguori)