

Università degli studi di Catania

Corso di laurea in fisica

Esame di Laboratorio di Fisica II

Tesina sulla prova pratica di laboratorio

realizzata il 20/04/2004

da

Enrica Trovato

matricola n. 665/000043

Esperienza:

Misura dell'induzione magnetica all'interno di un solenoide

Introduzione teorica e descrittiva

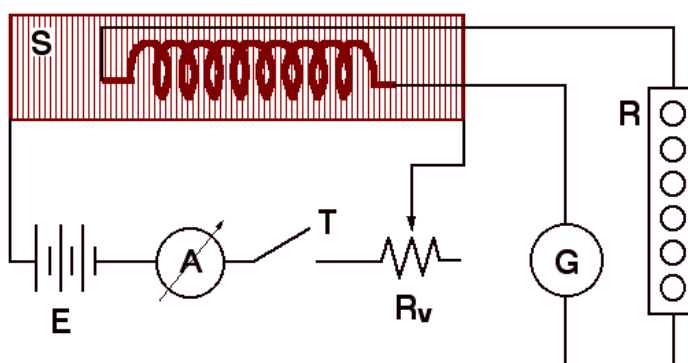
Scopo dell'esperienza

Scopo dell'esperienza è la misura dell'induzione magnetica B all'interno di un solenoide (molto lungo in confronto al suo diametro).

Descrizione teorica dell'esperienza

Il fenomeno delle correnti indotte fu messo in evidenza da Michael Faraday nella prima metà dell'Ottocento.

Il circuito adoperato in laboratorio è:



Un alimentatore E fa circolare una corrente I_s , misurata dall'apposito amperometro la cui intensità può essere variata mediante una resistenza variabile a cursore R_v . Questo ci permette di far assumere valori prefissati all'induzione magnetica B . Chiudendo il tasto la corrente è libera di passare nel circuito primario e in corrispondenza di ciò l'indice luminoso del galvanometro a zero centrale (che si trova nel circuito secondario) subisce una deviazione molto rapida, per poi tornare alla posizione di equilibrio. Se ora apriamo il tasto, l'indice del galvanometro subisce ancora una deviazione, ma in senso opposto.

Inoltre si osserva una deviazione anche nel caso in cui venga variata la resistenza a cursore del primario R_v , oppure muovendo la bobina del secondario all'interno o all'esterno del solenoide. Questi fenomeni sono chiaramente spiegati dalla legge di Faraday-Newmann-Lenz

$$E_i = - \frac{\partial \Phi(\vec{B})}{\partial t}$$

che ci dice che ogni volta che il flusso del campo magnetico concatenato col circuito varia nel tempo, viene generata una forza elettromotrice indotta.

Alla luce di quanto detto possiamo spiegare i fenomeni prima descritti:

1. Chiudendo il tasto la corrente nel circuito primario varia da un valore iniziale $v_i = 0$ ad un valore finale $v_f = i$. Si genera così nel solenoide un campo magnetico variabile (dato dalla legge di Ampere) e si ha quindi una variazione del flusso Φ (B) concatenato con il secondario. Tale variazione genera una corrente indotta in quest'ultimo, e quindi si ha la deviazione nel galvanometro. Notiamo che la deviazione dura poco perché in breve tempo

la corrente nel primario si porta al valore costante finale, così da annullare la variazione del flusso Φ (B) e quindi anche la corrente indotta.

2. Aprendo il tasto il fenomeno che si verifica è del tutto analogo al precedente, ma in questo caso la corrente nel primario varia dal valore iniziale $v_i = i$ al valore finale $v_f = 0$. La f.e.m. indotta avrà segno opposto rispetto a prima (perché ora la corrente diminuisce) e così anche la deviazione del galvanometro.
3. Variare R_v significa variare la corrente nel primario e dunque torniamo al caso 1.

Volendo fare adesso una misura quantitativa dell'induzione magnetica possiamo adoperare il seguente procedimento.

Se N_s è il numero di spire per unità di lunghezza del solenoide (stiamo supponendo che il solenoide a nostra disposizione sia ideale, cioè molto lungo rispetto al suo raggio), il campo magnetico sarà:

$$B = \mu_0 I_s N_s$$

La bobina esploratrice, costituita da n spire di superficie S e resistenza r , è connessa al galvanometro (precisiamo che si tratta di un galvanometro balistico in quanto la corrente da misurare è di tipo impulsivo) tramite una cassetta di resistenze note R . Il valore di R è stato scelto in modo da realizzare la condizione di smorzamento critico

$$R + r_g + r = R_c$$

dove R_c è la resistenza critica del galvanometro e r_g la sua resistenza interna.

Chiudendo o aprendo il tasto T , varia il flusso concatenato con la bobina esploratrice. Viene indotta una corrente che, per la legge di Faraday, è

$$I(t) = \left| \frac{1}{R_c} \frac{d\Phi(B)}{dt} \right|$$

cioè

$$I(t)dt = \left| \frac{1}{R_c} d\Phi(B) \right|$$

integrando al primo membro tra 0 e 1 e al secondo membro tra 0 e $F(B)$ si ha:

$$\int_0^1 I(t)dt = \frac{1}{R_c} \int_0^{F(B)} |d\Phi(B)|$$

Il primo integrale ci dice la carica che ha attraversato il galvanometro. Il secondo integrale è pari a

$$\frac{|\Phi(B)|}{R_c}$$

Poiché $|F(B)| = nSB$ si ha:

$$q = \frac{nSB}{R_c}$$

Inoltre ricordando che la costante balistica critica è data dalla relazione

$$K_c = \frac{ql}{d}$$

si ha che, nota la costante balistica critica e misurando la deviazione subita dal galvanometro, il valore dell'induzione magnetica B è dato da

$$B = \frac{K_c dR_c}{nSL} \quad (1)$$

dove l è la distanza tra lo specchio interno del galvanometro e la scala graduata.

Acquisizione dei dati

Strumentazione

Gli strumenti utilizzati per le misure dirette sono stati:

- Generatore di f.e.m. continua E regolabile da 0 a 32 volt
- Amperometro A con
 - diverse portate (5; 1; 0,1; 0,01; 0,005)
 - classe di precisione CP = 1
 - scala graduata suddivisa in 100 divisioni
- Resistenza variabile a cursore R_v con
 - resistenza massima $R_{max} = 100 \text{ } \Omega$
 - scala graduata suddivisa in 50 divisioni
- Solenoide con numero di spire per unità di lunghezza $N_s = 10^4$ spire/m
- Bobina esploratrice con
 - numero di spire $n = 700$ spire
 - resistenza $r = 4 \text{ } \Omega$
 - raggio pari a 1,25 cm
- Resistenza a cassetta R con sensibilità di lettura 0,1 Ω
- Galvanometro G a zero centrale con
 - diversi fondoscala (0,001; 0,01; 0,1; 1; DIRECT)
 - resistenza interna $r_g = 14 \text{ } \Omega$
 - resistenza critica $R_c = 100 \text{ } \Omega$
 - distanza tra specchio interno e scala graduata $l = 40 \pm 0,1 \text{ cm}$

Le caratteristiche degli strumenti sopra riportate sono state fornite dal costruttore.

Non avendo a disposizione il valore della costante balistica critica del galvanometro, utilizzerò un valore ricavato facendo la media dei valori trovati sperimentalmente, da diversi gruppi di lavoro, durante le esercitazioni di laboratorio durante il corso dell'anno. Il valore trovato è:

$$k_c = (1,332 \pm 0,076) 10^{-8} \text{ cm/mm}$$

Analisi dei dati sperimentali

Dopo aver realizzato il circuito ho eseguito due serie di misure, una con tensione del generatore fissata a 4 Volt e una con tensione del generatore fissata a 2 Volt.

Per quanto riguarda la scelta del fondoscala del galvanometro, ho utilizzato la scala DIRECT, come consigliato dal costruttore per effettuare misure di carica, in entrambe le serie di misure.

Per l'amperometro ho utilizzato il fondoscala 0,1.

Non mi è stato possibile effettuare misure con una tensione del generatore maggiore perché l'indice luminoso del galvanometro andava oltre il fondoscala.

La procedura adottata è stata la seguente:

Il valore della resistenza a cassetta, durante tutta la durata dell'esperimento, è stato fissato a 82 Ω in modo che risulti $R + r_g + r = R_c$

Tramite R_v si fissa un valore della corrente I_s segnato dall'ampmetro. Poi aprendo e chiudendo il tasto, si misura la deviazione subita dal galvanometro. La misura della deviazione è stata eseguita 10 volte così da poter effettuare una media. Infatti, data la rapidità di movimento dell'indice luminoso risultava piuttosto difficoltoso stabilirne la posizione esatta.

Variando poi R_v sono state eseguite misure di d per 7 valori diversi di I_s .

Ecco dunque i dati tabulati insieme con i valori medi, le deviazioni standard e le deviazioni standard della media:

Prima serie per $E = 4$ Volt

R_v (Ω)	100	80	70	60	50	45	40
I (A)	0,007	0,008	0,009	0,010	0,011	0,012	0,013
d (cm)	4,1	4,7	5,5	6,0	6,6	7,1	8,3
	4,3	4,8	5,5	6,1	6,7	7,2	8,4
	4,3	4,9	5,6	6,1	6,7	7,1	8,4
	4,2	4,9	5,7	5,9	6,7	7,1	8,3
	4,3	4,8	5,4	6,2	6,8	7,2	8,2
	4,1	4,9	5,6	6,1	6,8	7,0	8,1
	4,1	4,9	5,5	6,1	6,7	7,3	8,2
	4,0	5,0	5,6	6,2	6,9	7,2	8,2
	4,2	4,9	5,4	6,0	6,9	7,1	8,3
	4,0	4,9	5,5	6,0	6,8	7,3	8,1
d_{medio} (cm)	4,16	4,87	5,53	6,07	6,76	7,16	8,25
σ	0,1174	0,0823	0,0949	0,0949	0,0966	0,0966	0,1080
σ_m	0,0371	0,0260	0,0300	0,0300	0,0305	0,0305	0,0342

Seconda serie per $E = 2$ Volt

R_v (Ω)	100	70	50	30	20	15	10
I (A)	0,004	0,005	0,006	0,009	0,011	0,012	0,014
d (cm)	2,4	3,1	3,9	5,2	6,4	7,2	8,1
	2,3	3,2	4,0	5,2	6,3	7,1	8,1
	2,3	3,0	4,0	5,3	6,3	7,3	8,0
	2,4	3,1	4,0	5,1	6,5	7,2	8,2
	2,4	3,1	3,9	5,1	6,5	7,1	8,2
	2,4	3,1	4,0	5,2	6,6	7,0	8,3
	2,4	3,1	3,9	5,2	6,6	7,1	8,3
	2,4	3,2	3,9	5,2	6,6	7,0	8,4
	2,3	3,1	3,9	5,4	6,5	7,0	8,2
	2,4	3,2	4,0	5,2	6,6	7,1	8,3
d_{medio} (cm)	2,37	3,12	3,95	5,21	6,49	7,11	8,21
σ	0,0483	0,0632	0,0527	0,0876	0,1197	0,0994	0,1197

σ_m	0,0153	0,02	0,0166	0,0277	0,0379	0,0314	0,0379
------------	--------	------	--------	--------	--------	--------	--------

Di seguito riporto i valori di B calcolato tramite la (1) in corrispondenza dei valori di I_s

Prima serie							
I (A)	0,007	0,008	0,009	0,010	0,011	0,012	0,013
B (T)	$4,0 \times 10^{-4}$	$4,7 \times 10^{-4}$	$5,3 \times 10^{-4}$	$5,9 \times 10^{-4}$	$6,5 \times 10^{-4}$	$6,9 \times 10^{-4}$	$7,9 \times 10^{-4}$

Seconda serie							
I (A)	0,004	0,005	0,006	0,009	0,011	0,012	0,014
B (T)	$2,3 \times 10^{-4}$	$3,0 \times 10^{-4}$	$3,7 \times 10^{-4}$	$5,0 \times 10^{-4}$	$6,3 \times 10^{-4}$	$6,9 \times 10^{-4}$	$7,9 \times 10^{-4}$

Per quanto riguarda il calcolo degli errori notiamo che l'errore su I_s , che è una quantità misurata direttamente dall'amperometro, è dato dalla somma in quadratura dell'errore di precisione e dell'errore di sensibilità

$$\Delta I = \sqrt{[\Delta I_{sens}]^2 + [\Delta I_{prec}]^2} = 0.0014 \text{ A}$$

L'errore su B va invece calcolato attraverso la propagazione degli errori nelle misure indirette

$$\Delta B = \sqrt{\left[\frac{\partial B}{\partial K_c} \Delta K_c\right]^2 + \left[\frac{\partial B}{\partial I} \Delta I\right]^2 + \left[\frac{\partial B}{\partial d} \Delta d\right]^2} \quad (2)$$

Procediamo quindi innanzi tutto nel calcolo dell'errore su d. Esso è dato dalla somma in quadratura dell'errore di sensibilità e della deviazione standard della media.

$$\Delta d = \sqrt{[\Delta d_{sens}]^2 + [s_m]^2}$$

Ecco una tabella con i valori di d_{medio} in corrispondenza dei propri errori

Prima serie							
d_{medio} (cm)	4.16	4.87	5.53	6.07	6.76	7.16	8.25
Δd (cm)	0.11	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.11

Seconda serie							
d_{medio} (cm)	2.37	3.12	3.95	5.21	6.49	7.11	8.21

Δd (cm)	0.10	0.10	0.10	0.10	0.11	0.10	0.11
-----------------	------	------	------	------	------	------	------

Possiamo dunque procedere con il calcolo di ΔB mediante la (2). Eseguendo i calcoli otteniamo

Prima serie							
$B(T)$	4.0×10^{-4}	4.7×10^{-4}	5.3×10^{-4}	5.9×10^{-4}	6.5×10^{-4}	6.9×10^{-4}	7.9×10^{-4}
$\Delta B(T)$	0.3×10^{-4}	0.3×10^{-4}	0.3×10^{-4}	0.4×10^{-4}	0.4×10^{-4}	0.4×10^{-4}	0.5×10^{-4}

Quello che a noi interessa è verificare la diretta proporzionalità tra corrente e campo magnetico indotto.

Per verificare se i dati si adattano a una relazione lineare ho calcolato il coefficiente di correlazione lineare r per le due serie, dato dalla formula

$$r = \frac{\sum_{i=1}^7 (x_i - x_m)(y_i - y_m)}{\sqrt{\sum_{i=1}^7 (x_i - x_m)^2 \sum_{i=1}^7 (y_i - y_m)^2}}$$

dove ho posto $x_i = I_{si}$ e $y_i = B_i$

Eseguendo i calcoli risulta

$$r_1 = 0.82 \quad r_2 = 0.99$$

che sono in buon accordo con il risultato teorico previsto $r = 1$. Dunque questo risultato ci indica che è probabile l'esistenza di una relazione lineare tra le due variabili.

Curva di massima verosimiglianza

Possiamo ora calcolare i coefficienti relativi all'equazione della retta di best-fit, cioè la retta che meglio approssima i dati sperimentali, $y = ax + b$ con i loro rispettivi errori. La costante a rappresenta il coefficiente angolare e la costante b l'intercetta.

Le equazioni delle rette per le due serie di dati sono

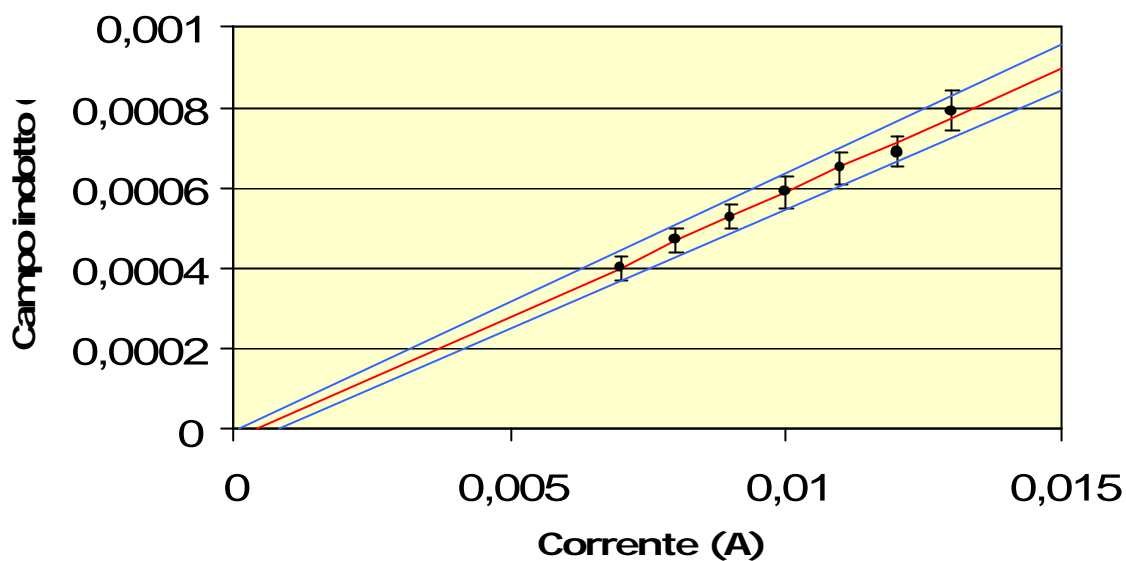
$$\text{Prima serie} \quad y_1 = (0.0615 \pm 0.0022) x_1 + (-0.00003 \pm 0.00002)$$

$$\text{Seconda serie} \quad y_2 = (0.0556 \pm 0.0024) x_2 + (0.00002 \pm 0.00001)$$

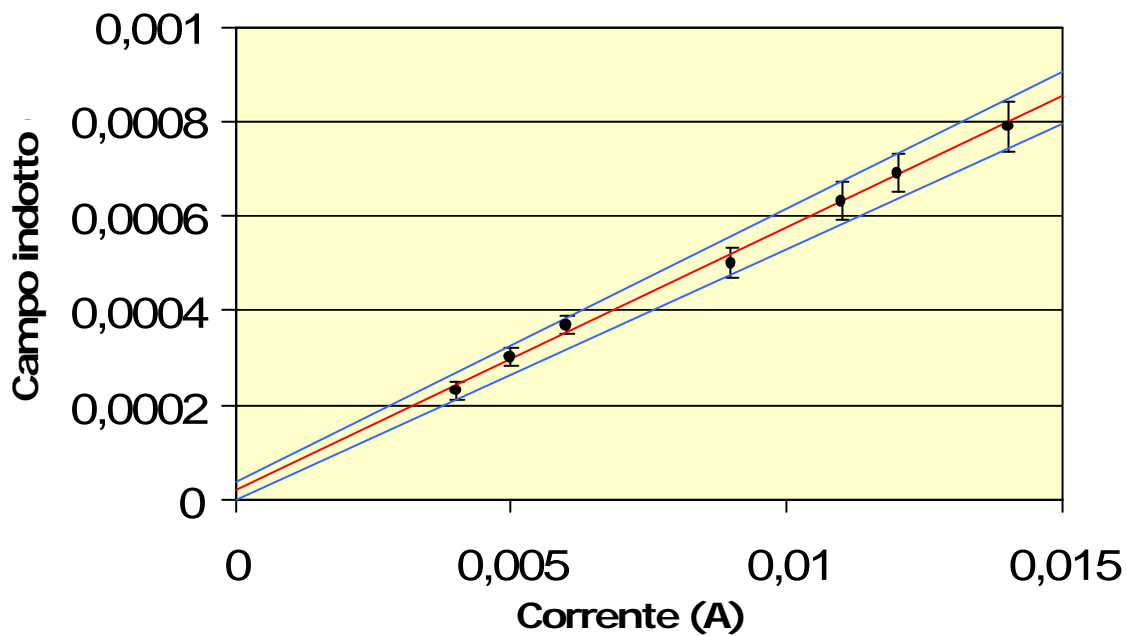
Nella pagina seguente sono riportati i grafici costruiti con i dati ottenuti.

In ascissa sono riportati i valori della corrente misurata in Ampere, e in ordinata i valori del campo magnetico indotto misurato in Tesla.

Prima serie B(I)



Seconda serie B(I)



La retta in rosso è la retta di best-fit, mentre quelle laterali, in blu, sono le rette entro le quali cade l'errore del best-fit. Tali rette, inoltre, individuano la striscia di piano in cui si ha il 68.3% di probabilità, rifacendo la stessa esperienza nelle stesse condizioni, di trovare gli stessi risultati.

Ci aspettiamo che l'aver cambiato voltaggio nella seconda serie di dati non influisca sulla relazione che lega B a I_s . Pertanto ho effettuato un t-test sui parametri a_1 e a_2 per stabilirne la compatibilità.

$$t = \frac{|a_1 - a_2|}{\sqrt{(\Delta a_1)^2 + (\Delta a_2)^2}} = 1.81$$

Sappiamo che il limite che definisce una discrepanza significativa è del 5%. In questo caso avendo trovato un valore di t pari al 7.01% di incompatibilità dobbiamo concludere che i due valori sono significativamente diversi.

Calcolo di N_s

Per il calcolo del numero di spire per unità di lunghezza del solenoide ci serviamo dei coefficienti trovati nelle rette di best-fit.

A tale proposito notiamo che in entrambe le rette possiamo trascurare il coefficiente b con il relativo errore. In questo modo la relazione di linearità diventa del tipo

$$B = a I$$

confrontando questa con la nota relazione $B = \mu_0 N_s I_s$ troviamo

$$a = \mu_0 N_s$$

da cui si ricava facilmente $N_s = a / \mu_0$.

Eseguendo i calcoli per le due serie di dati si trova

$$N_s^1 = (48940 \pm 1785) \text{ spire/m} \quad N_s^2 = (44245 \pm 1940) \text{ spire/m}$$

Possiamo eseguire una media pesata dei due valori trovando così

$$N_s = (46787 \pm 1315) \text{ spire/m}$$

E' evidente che il valore trovato è molto discordante da quello fornito dal costruttore 10^4 . Possiamo dunque concludere che i dati sperimentali trovati non sono attendibili.

Al fine di trovare la causa di tale discrepanza, ho confrontato questi dati con quelli già acquisiti durante le esercitazioni previste dal corso di studi. Ho notato che, nelle stesse condizioni di f.e.m. e R_v , benché i valori della deviazione del galvanometro risultano compatibili, i valori della corrente risultano circa 5 volte più grandi rispetto a quelli ora esaminati.

Suppongo quindi che l'errore possa attribuirsi ad una cattiva risposta dell'amperometro alle sollecitazioni della corrente.

Pur tuttavia va osservato che, nonostante ciò, la relazione di linearità tra I_s e B si è mantenuta in modo soddisfacente, e inoltre la discordanza tra il numero di spire atteso e quello trovato si ripercuote all'incirca con lo stesso fattore 5.

Conclusione

In conclusione si può certamente affermare che i dati trovati sperimentalmente aderiscono solo in parte alle previsioni teoriche. Evidentemente la presenza di errori sistematici non bene identificati ha pregiudicato i risultati. Tuttavia l'esperienza si è dimostrata molto interessante e utile a mostrare come spesso è necessario ripetere diverse volte uno stesso esperimento per accertare l'attendibilità dei risultati.

Bibliografia

- E.Amaldi – R.Bizzarri – G.Pizzella, Fisica generale, ed. Zanichelli
- J.R.Taylor, Introduzione all'analisi degli errori, ed. Zanichelli
- M.Lattuada, Appunti del corso di Laboratorio di fisica II, A.A. 2002/2003