

Calcolo dell'accelerazione di gravità terrestre g con un piano inclinato

Agosta R., De Domenico M., Fisichella V., Garofalo G.

Laboratorio di Fisica Sperimentale dell'Università degli Studi di Catania

Presentiamo i risultati della misura dell'accelerazione di gravità terrestre con l'utilizzo di un piano inclinato, ottenuta presso il laboratorio di Esperimentazioni di Fisica I del Dipartimento di Fisica.



Il nostro scopo è quello di utilizzare la caduta di una sfera lungo un piano inclinato al fine di misurare l'accelerazione di gravità terrestre presso il luogo dove abbiamo svolto l'esperimento.

Il moto della sfera lungo il piano inclinato è di puro rotolamento, non essendoci moto relativo di scorrimento con la superficie del piano inclinato. Di conseguenza la forza di attrito non compie lavoro e l'energia in assenza di tale forza dissipativa è conservata. Definendo h_0 la distanza del punto dove viene posta la sfera sul piano inclinato, con h la distanza da terra della sfera nel punto di arrivo, con m la massa della sfera, con v_{cm} la velocità di traslazione del suo centro di massa e con ω la sua velocità angolare, ed infine con I il suo momento di inerzia, abbiamo che l'energia iniziale del sistema è tutta potenziale; quella finale è invece cinetica di rotazione e traslazione. In simboli:

$$mgh_0 = mgh + \frac{1}{2}v_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (1)$$

Dopo semplici passaggi algebrici, esplicitando il momento di inerzia della sfera e la velocità angolare in funzione della velocità del centro di massa, la (1) riconduce a

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{10}{7}g\Delta h} \implies g = \frac{7}{10} \frac{v_{cm}^2}{\Delta h} \quad (2)$$

Sappiamo che l'accelerazione della sfera sul secondo traguardo è $a = \alpha r$, essendo α l'accelerazione angolare e r il suo raggio; di conseguenza avremo dalle leggi della cinematica che

$$\Delta S = \frac{1}{2}\alpha r t^2 \implies \alpha r = 2 \frac{\Delta S}{t^2} \quad (3)$$

dove t è il tempo che la sfera impiega a percorrere il tratto noto ΔS .

La velocità alla fine del secondo traguardo è $v = at = \alpha r t$ ($v_0 = 0$ in quanto abbiamo lasciato partire la sfera da ferma). Combinando le espressioni (2) e (3) per la velocità otteniamo la seguente espressione per g :

$$g = \frac{14}{5} \frac{\Delta S^2}{\Delta h t^2}$$

Ma $\Delta h = \Delta S \frac{\sqrt{i^2 - b^2}}{i}$, avendo indicato con i e b rispettivamente l'ipotenusa e la base del piano inclinato; andando a sostituire infine avremo:

$$g = \frac{14}{5} \frac{i \Delta S}{\sqrt{i^2 - b^2} t^2} \quad (4)$$

1 Apparato sperimentale

Il materiale che abbiamo utilizzato nell'esperimento consisteva in:

- Piano inclinato come quello mostrato in figura;
- Sferette di acciaio, cilindretti di acciaio e ottone, prismi di acciaio e ottone.

Indicando con s_L la sensibilità di lettura e con p la portata di uno strumento, abbiamo utilizzato:

	Timer (s)
s_L	0.001
p	5999

	Metro (mm)
s_L	1
p	1000

	Bilancia digitale (g)
s_L	1
p	2000

L'esperienza è stata svolta utilizzando due sfere di acciaio diverse A e B , rispettivamente di massa $m_A = 78g \pm 1g$ e $m_B = 11g \pm 1g$.

La scelta di utilizzare le sfere al posto dei cilindretti e dei prismi disponibili in laboratorio è volta a ridurre al minimo gli effetti dell'attrito della superficie del piano inclinato sulle masse che vi scivolano.

2 Misura di g con il piano inclinato

L'esperimento consiste nell'utilizzare un piano inclinato ad angolo variabile manualmente, come superficie di scivolamento di sfere, delle quali viene misurato, con l'utilizzo di due fotocellule, il tempo t impiegato per percorrere un tratto di misura nota del piano.

Dalla misura di t , dello spazio percorso dalla sfera tra le due fotocellule ΔS , dell'ipotenusa i del piano inclinato nel punto in cui la sfera è stata lasciata partire, della base b del piano inclinato, otteniamo la stima di g dalla relazione

Per conoscere il coefficiente di attrito del piano inclinato, cerchiamo l'angolo critico sotto il quale la sfera non inizia a rotolare.

Tale angolo è stato trovato per una base $b = 1304\text{mm}$ e un'ipotenusa $i = 1306\text{mm}$. Poichè $\theta_{critico} = \arccos(\frac{b}{i})$, abbiamo una stima di $\theta_{critico} = 3.1713^\circ \pm 0.0195^\circ$. L'esperimento viene svolto con angoli superiori a quello critico, e tuttavia la nostra scelta di utilizzare delle sfere al posto di cilindri e prismi è volta a minimizzare gli effetti dell'attrito, pertanto la ricerca di $\theta_{critico}$ non ci è particolarmente utile nei calcoli.

2.1 Misura dei tempi di discesa

Riportiamo nelle seguenti tabelle i tempi di discesa di due sfere, relativi a 5 configurazioni diverse del piano inclinato:

Tabella A

N.	t(s)	N.	t(s)	m(g)	i(mm)	b(mm)	ΔS (mm)
1	1.42	16	1.47	78	1278	1254	1217
2	1.39	17	1.49	78	1278	1254	1217
3	1.46	18	1.50	78	1278	1254	1217
4	1.48	19	1.45	78	1278	1254	1217
5	1.42	20	1.49	78	1278	1254	1217
6	1.54	21	1.45	78	1278	1254	1217
7	1.43	22	1.46	78	1278	1254	1217
8	1.52	23	1.49	78	1278	1254	1217
9	1.49	24	1.53	78	1278	1254	1217
10	1.47	25	1.49	78	1278	1254	1217
11	1.47	26	1.45	78	1278	1254	1217
12	1.44	27	1.50	78	1278	1254	1217
13	1.42	28	1.51	78	1278	1254	1217
14	1.45	29	1.50	78	1278	1254	1217
15	1.47	30	1.50	78	1278	1254	1217

Tabella B

N.	t(s)	N.	t(s)	m(g)	i(mm)	b(mm)	ΔS (mm)
1	1.43	16	1.38	11	1278	1254	1217
2	1.43	17	1.40	11	1278	1254	1217
3	1.41	18	1.37	11	1278	1254	1217
4	1.39	19	1.37	11	1278	1254	1217
5	1.42	20	1.39	11	1278	1254	1217
6	1.32	21	1.36	11	1278	1254	1217
7	1.34	22	1.38	11	1278	1254	1217
8	1.41	23	1.37	11	1278	1254	1217
9	1.35	24	1.39	11	1278	1254	1217
10	1.35	25	1.40	11	1278	1254	1217
11	1.37	26	1.39	11	1278	1254	1217
12	1.36	27	1.36	11	1278	1254	1217
13	1.36	28	1.38	11	1278	1254	1217
14	1.37	29	1.37	11	1278	1254	1217
15	1.38	30	1.35	11	1278	1254	1217

Tabella C

N.	t(s)	N.	t(s)	m(g)	i(mm)	b(mm)	ΔS (mm)
1	0.87	16	0.87	78	1216	1020	1217
2	0.89	17	0.89	78	1216	1020	1217
3	0.88	18	0.88	78	1216	1020	1217
4	0.91	19	0.89	78	1216	1020	1217
5	0.87	20	0.88	78	1216	1020	1217
6	0.88	21	0.88	78	1216	1020	1217
7	0.88	22	0.87	78	1216	1020	1217
8	0.88	23	0.89	78	1216	1020	1217
9	0.86	24	0.90	78	1216	1020	1217
10	0.89	25	0.89	78	1216	1020	1217
11	0.88	26	0.89	78	1216	1020	1217
12	0.87	27	0.87	78	1216	1020	1217
13	0.89	28	0.88	78	1216	1020	1217
14	0.89	29	0.90	78	1216	1020	1217
15	0.89	30	0.90	78	1216	1020	1217

Tabella D

N.	t(s)	N.	t(s)	m(g)	i(mm)	b(mm)	ΔS (mm)
1	0.85	16	0.86	78	1245	1069	1217
2	0.85	17	0.92	78	1245	1069	1217
3	0.85	18	0.90	78	1245	1069	1217
4	0.85	19	0.87	78	1245	1069	1217
5	0.84	20	0.88	78	1245	1069	1217
6	0.86	21	0.87	78	1245	1069	1217
7	0.86	22	0.91	78	1245	1069	1217
8	0.86	23	0.87	78	1245	1069	1217
9	0.86	24	0.84	78	1245	1069	1217
10	0.84	25	0.84	78	1245	1069	1217
11	0.84	26	0.84	78	1245	1069	1217
12	0.85	27	0.85	78	1245	1069	1217
13	0.84	28	0.84	78	1245	1069	1217
14	0.85	29	0.82	78	1245	1069	1217
15	0.85	30	0.87	78	1245	1069	1217

Tabella E

N.	t(s)	N.	t(s)	m(g)	i(mm)	b(mm)	ΔS (mm)
1	0.99	16	1.02	78	1276	1164	1217
2	0.98	17	1.00	78	1276	1164	1217
3	0.99	18	1.01	78	1276	1164	1217
4	1.02	19	1.03	78	1276	1164	1217
5	1.02	20	1.05	78	1276	1164	1217
6	1.01	21	1.05	78	1276	1164	1217
7	1.03	22	1.01	78	1276	1164	1217
8	1.05	23	1.02	78	1276	1164	1217
9	1.03	24	1.03	78	1276	1164	1217
10	1.03	25	1.02	78	1276	1164	1217
11	1.02	26	1.04	78	1276	1164	1217
12	1.00	27	1.02	78	1276	1164	1217
13	1.05	28	1.01	78	1276	1164	1217
14	1.06	29	1.00	78	1276	1164	1217
15	0.93	30	1.02	78	1276	1164	1217

Tabella F

N.	t(s)	N.	t(s)	m(g)	i(mm)	b(mm)	ΔS (mm)
1	0.99	16	1.01	11	1276	1164	1217
2	0.98	17	0.98	11	1276	1164	1217
3	0.99	18	0.99	11	1276	1164	1217
4	1.00	19	0.99	11	1276	1164	1217
5	1.00	20	0.98	11	1276	1164	1217
6	0.98	21	0.99	11	1276	1164	1217
7	1.00	22	1.00	11	1276	1164	1217
8	1.00	23	1.03	11	1276	1164	1217
9	1.00	24	1.00	11	1276	1164	1217
10	0.98	25	1.01	11	1276	1164	1217
11	1.00	26	0.99	11	1276	1164	1217
12	0.97	27	0.99	11	1276	1164	1217
13	0.98	28	0.99	11	1276	1164	1217
14	0.99	29	0.93	11	1276	1164	1217
15	1.00	30	0.98	11	1276	1164	1217

Tabella G

N.	t(s)	N.	t(s)	m(g)	i(mm)	b(mm)	ΔS (mm)
1	1.23	16	1.24	78	1311	1256	1217
2	1.26	17	1.26	78	1311	1256	1217
3	1.27	18	1.24	78	1311	1256	1217
4	1.27	19	1.25	78	1311	1256	1217
5	1.26	20	1.25	78	1311	1256	1217
6	1.24	21	1.26	78	1311	1256	1217
7	1.25	22	1.28	78	1311	1256	1217
8	1.25	23	1.25	78	1311	1256	1217
9	1.26	24	1.24	78	1311	1256	1217
10	1.26	25	1.22	78	1311	1256	1217
11	1.26	26	1.25	78	1311	1256	1217
12	1.28	27	1.24	78	1311	1256	1217
13	1.27	28	1.26	78	1311	1256	1217
14	1.29	29	1.24	78	1311	1256	1217
15	1.28	30	1.24	78	1311	1256	1217

Tabella H

N.	t(s)	N.	t(s)	m(g)	i(mm)	b(mm)	ΔS (mm)
1	1.23	16	1.23	11	1311	1256	1217
2	1.23	17	1.24	11	1311	1256	1217
3	1.21	18	1.21	11	1311	1256	1217
4	1.23	19	1.22	11	1311	1256	1217
5	1.22	20	1.23	11	1311	1256	1217
6	1.25	21	1.24	11	1311	1256	1217
7	1.25	22	1.24	11	1311	1256	1217
8	1.24	23	1.22	11	1311	1256	1217
9	1.24	24	1.24	11	1311	1256	1217
10	1.25	25	1.23	11	1311	1256	1217
11	1.21	26	1.26	11	1311	1256	1217
12	1.22	27	1.27	11	1311	1256	1217
13	1.23	28	1.25	11	1311	1256	1217
14	1.23	29	1.26	11	1311	1256	1217
15	1.24	30	1.28	11	1311	1256	1217

2.2 Indicatori statistici

Quelli che seguono sono gli indicatori statistici relativi ad ogni set di misure riportato nelle tabelle dalla **A** alla **H**:

Set relativo alla tabella **A**:

- Valore minimo: $t_{min} = 1.39$ s;
- Valore massimo: $t_{max} = 1.54$ s;
- Semidispersione massima: $\Delta t = 0.075$ s;

- Media: $\bar{t} = 1.472$ s;
- Scarto quad. medio: $\sigma = 3.484 \cdot 10^{-2}$ s;
- Deviazione standard: $\sigma_t = 3.544 \cdot 10^{-2}$ s;
- Deviazione standard sulla media: $\sigma_{\bar{t}} = 6.469 \cdot 10^{-3}$ s;
- Deviazione sulla deviazione: $\sigma_{\sigma} = 4.653 \cdot 10^{-3}$ s.

La migliore stima del tempo impiegato risulta quindi:

$$t_A = 1.472 \pm 0.035 \quad s \quad (5)$$

Set relativo alla tabella B:

- **Valore minimo:** $t_{min} = 1.32$ s;
- **Valore massimo:** $t_{max} = 1.43$ s;
- **Semidispersione massima:** $\Delta t = 0.055$ s;
- **Media:** $\bar{t} = 1.378$ s;
- **Scarto quad. medio:** $\sigma = 2.557 \cdot 10^{-2}$ s;
- **Deviazione standard:** $\sigma_t = 2.601 \cdot 10^{-2}$ s;
- **Deviazione standard sulla media:** $\sigma_{\bar{t}} = 4.748 \cdot 10^{-3}$ s;
- **Deviazione sulla deviazione:** $\sigma_{\sigma} = 3.415 \cdot 10^{-3}$ s.

La migliore stima del tempo impiegato risulta quindi:

$$t_B = 1.378 \pm 0.026 \quad s \quad (6)$$

Set relativo alla tabella C:

- **Valore minimo:** $t_{min} = 0.86$ s;
- **Valore massimo:** $t_{max} = 0.91$ s;
- **Semidispersione massima:** $\Delta t = 0.025$ s;
- **Media:** $\bar{t} = 0.884$ s;
- **Scarto quad. medio:** $\sigma = 1.110 \cdot 10^{-2}$ s;
- **Deviazione standard:** $\sigma_t = 1.129 \cdot 10^{-2}$ s;
- **Deviazione standard sulla media:** $\sigma_{\bar{t}} = 2.061 \cdot 10^{-3}$ s;

- **Deviazione sulla deviazione:** $\sigma_{\sigma} = 1.482 \cdot 10^{-3}$ s.

La migliore stima del tempo impiegato risulta quindi:

$$t_C = 0.884 \pm 0.011 \quad s \quad (7)$$

Set relativo alla tabella D:

- **Valore minimo:** $t_{min} = 0.82$ s;
- **Valore massimo:** $t_{max} = 0.92$ s;
- **Semidispersione massima:** $\Delta t = 0.05$ s;
- **Media:** $\bar{t} = 0.858$ s;
- **Scarto quad. medio:** $\sigma = 2.155 \cdot 10^{-2}$ s;
- **Deviazione standard:** $\sigma_t = 2.192 \cdot 10^{-2}$ s;
- **Deviazione standard sulla media:** $\sigma_{\bar{t}} = 4.002 \cdot 10^{-3}$ s;
- **Deviazione sulla deviazione:** $\sigma_{\sigma} = 2.878 \cdot 10^{-3}$ s.

La migliore stima del tempo impiegato risulta quindi:

$$t_D = 0.858 \pm 0.022 \quad s \quad (8)$$

Set relativo alla tabella E:

- **Valore minimo:** $t_{min} = 0.93$ s;
- **Valore massimo:** $t_{max} = 1.05$ s;
- **Semidispersione massima:** $\Delta t = 0.06$ s;
- **Media:** $\bar{t} = 1.018$ s;
- **Scarto quad. medio:** $\sigma = 0.0252$ s;
- **Deviazione standard:** $\sigma_t = 2.565 \cdot 10^{-2}$ s;

- **Deviazione standard sulla media:**

$$\sigma_{\bar{t}} = 4.683 \cdot 10^{-3} \text{ s};$$

- **Deviazione sulla deviazione:**

$$\sigma_{\sigma} = 3.368 \cdot 10^{-3} \text{ s}.$$

La migliore stima del tempo impiegato risulta quindi:

$$t_E = 1.018 \pm 0.026 \text{ s} \quad (9)$$

Set relativo alla tabella F:

- **Valore minimo:** $t_{min} = 0.93 \text{ s};$

- **Valore massimo:** $t_{max} = 1.03 \text{ s};$

- **Semidispersione massima:**
 $\Delta t = 0.05 \text{ s};$

- **Media:** $\bar{t} = 0.991 \text{ s};$

- **Scarto quad. medio:**
 $\sigma = 1.631 \cdot 10^{-2} \text{ s};$

- **Deviazione standard:**
 $\sigma_t = 1.656 \cdot 10^{-2} \text{ s};$

- **Deviazione standard sulla media:**
 $\sigma_{\bar{t}} = 3.0298 \cdot 10^{-3} \text{ s};$

- **Deviazione sulla deviazione:**
 $\sigma_{\sigma} = 2.179 \cdot 10^{-3} \text{ s}.$

La migliore stima del tempo impiegato risulta quindi:

$$t_F = 0.991 \pm 0.016 \text{ s} \quad (10)$$

Set relativo alla tabella G:

- **Valore minimo:** $t_{min} = 1.22 \text{ s};$

- **Valore massimo:** $t_{max} = 1.29 \text{ s};$

- **Semidispersione massima:**
 $\Delta t = 0.035 \text{ s};$

- **Media:** $\bar{t} = 1.255 \text{ s};$

- **Scarto quad. medio:**
 $\sigma = 1.586 \cdot 10^{-2} \text{ s};$

- **Deviazione standard:**

$$\sigma_t = 1.613 \cdot 10^{-2} \text{ s};$$

- **Deviazione standard sulla media:**

$$\sigma_{\bar{t}} = 2.946 \cdot 10^{-2} \text{ s};$$

- **Deviazione sulla deviazione:**

$$\sigma_{\sigma} = 2.119 \cdot 10^{-2} \text{ s}.$$

La migliore stima del tempo impiegato risulta quindi:

$$t_G = 1.255 \pm 0.016 \text{ s} \quad (11)$$

Set relativo alla tabella H:

- **Valore minimo:** $t_{min} = 1.21 \text{ s};$

- **Valore massimo:** $t_{max} = 1.28 \text{ s};$

- **Semidispersione massima:**
 $\Delta t = 0.035 \text{ s};$

- **Media:** $\bar{t} = 1.237 \text{ s};$

- **Scarto quad. medio:**
 $\sigma = 1.680 \cdot 10^{-2} \text{ s};$

- **Deviazione standard:**
 $\sigma_t = 1.708 \cdot 10^{-2} \text{ s};$

- **Deviazione standard sulla media:**
 $\sigma_{\bar{t}} = 3.119 \cdot 10^{-3} \text{ s};$

- **Deviazione sulla deviazione:**
 $\sigma_{\sigma} = 2.243 \cdot 10^{-3} \text{ s}.$

La migliore stima del tempo impiegato risulta quindi:

$$t_H = 1.237 \pm 0.017 \text{ s} \quad (12)$$

2.3 Test di Chauvenet

Applichiamo il test di Chauvenet al valore $t = 1.39$ in tabella A, ottenendo che $\frac{|\bar{t}_A - 1.39|}{\sigma_A} = 2.34$: la probabilità riportata per tale valore è 0.9807^1 . La probabilità che una misura sia al di

¹Pag. 288, **F.Tyler** - *A Laboratory manual of Physics*, E.Arnould, London.

fuori dell'intervallo $1.472 \pm 2.34 \cdot \sigma_A$ è $\bar{p} = 1 - 0.9807 = 0.0193$.

Poichè $30 \cdot \bar{p} = 0.579 > 0.5$, il criterio di Chauvenet non ci permette di eliminare questo valore.

Procedendo analogamente per tutti i valori massimi e minimi (valori teoricamente più sospetti) delle 8 tabelle, risulta che può essere eliminato il valore $t = 0.93$ in tabella E; riportiamo i nuovi indicatori statistici relativi ad essa:

Set relativo alla tabella E:

- **Valore minimo:** $t_{min} = 0.98$ s;
- **Valore massimo:** $t_{max} = 1.05$ s;
- **Semidispersione massima:** $\Delta t = 0.035$ s;
- **Media:** $\bar{t} = 1.021$ s;
- **Scarto quad. medio:** $\sigma = 1.953 \cdot 10^{-2}$ s;
- **Deviazione standard:** $\sigma_t = 1.988 \cdot 10^{-2}$ s;
- **Deviazione standard sulla media:** $\sigma_{\bar{t}} = 3.692 \cdot 10^{-3}$ s;
- **Deviazione sulla deviazione:** $\sigma_{\sigma} = 2.657 \cdot 10^{-3}$ s.

La migliore stima del tempo impiegato risulta quindi:

$$t_E = 1.021 \pm 0.019 \quad s \quad (13)$$

Può essere eliminato il valore $t = 0.93$ in tabella F; riportiamo i nuovi indicatori statistici relativi ad essa:

Set relativo alla tabella F:

- **Valore minimo:** $t_{min} = 0.97$ s;
- **Valore massimo:** $t_{max} = 1.03$ s;

- **Semidispersione massima:**

$$\Delta t = 0.03 \text{ s};$$

- **Media:** $\bar{t} = 0.9927$ s;

- **Scarto quad. medio:**

$$\sigma = 1.200 \cdot 10^{-2} \text{ s};$$

- **Deviazione standard:**

$$\sigma_t = 1.221 \cdot 10^{-2} \text{ s};$$

- **Deviazione standard sulla media:**

$$\sigma_{\bar{t}} = 2.268 \cdot 10^{-3} \text{ s};$$

- **Deviazione sulla deviazione:**

$$\sigma_{\sigma} = 1.632 \cdot 10^{-3} \text{ s}.$$

La migliore stima del tempo impiegato risulta quindi:

$$t_F = 0.992 \pm 0.012 \quad s \quad (14)$$

k	t_A	o_k
1	$t \leq \bar{t} - \sigma_t$	5
2	$\bar{t} - \sigma_t < t \leq \bar{t}$	11
3	$\bar{t} < t \leq \bar{t} + \sigma_t$	10
4	$\bar{t} + \sigma_t < t$	4

Indicando con p_k la probabilità che una misura cada nel k -esimo intervallo e con e_k il numero di misure atteso in k si ha:

k	p_k	e_k	o_k
1	16%	7.2	5
2	34%	15.3	11
3	34%	15.3	10
4	16%	7.2	4

Il χ^2 è dato dalla relazione

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^4 \frac{(o_k - e_k)^2}{e_k} \quad (15)$$

Quanto riassunto nelle tabelle precedenti e la relazione (15) portano al risultato, relativo alla tabella A:

$$\chi_A^2 = 5.14 \ll 30 \quad (16)$$

Il test è risultato positivo. D'altro canto, per il chi quadro ridotto $\bar{\chi}^2 = \frac{\chi^2}{d}$, dove d sono i gradi di libertà, e nel nostro caso $d = n - 3$, poichè 3 sono i vincoli che abbiamo utilizzato per la stima del χ^2 (il calcolo di \bar{T} , di σ_T e delle frequenze osservate), abbiamo che $\bar{\chi}^2 = 0.19$, che è minore di 1 e pertanto l'accordo può considerarsi soddisfacente.

Di seguito sono riportati gli intervalli per le altre tabelle:

k	t_B	o_k
1	$t \leq 1.35$	5
2	$1.35 < t \leq 1.37$	10
3	$1.37 < t \leq 1.40$	10
4	$1.40 < t$	5

k	t_C	o_k
1	$t \leq 0.87$	7
2	$0.87 < t \leq 0.88$	9
3	$0.88 < t \leq 0.89$	10
4	$0.89 < t$	4

k	t_D	o_k
1	$t \leq 0.83$	1
2	$0.83 < t \leq 0.85$	16
3	$0.85 < t \leq 0.88$	10
4	$0.88 < t$	3

k	t_E	o_k
1	$t \leq 1.00$	6
2	$1.00 < t \leq 1.02$	12
3	$1.02 < t \leq 1.04$	6
4	$1.04 < t$	5

k	t_F	o_k
1	$t \leq 0.98$	8
2	$0.98 < t \leq 0.99$	9
3	$0.99 < t \leq 1.00$	9
4	$1.00 < t$	3

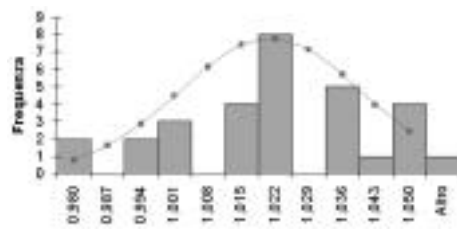
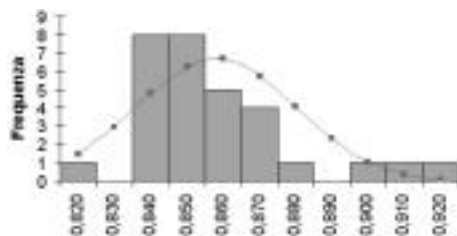
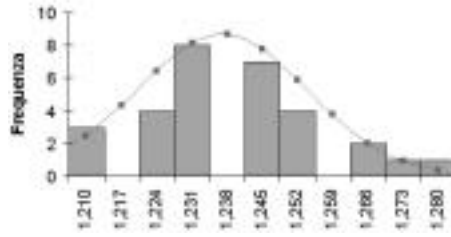
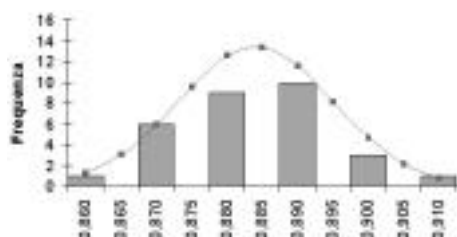
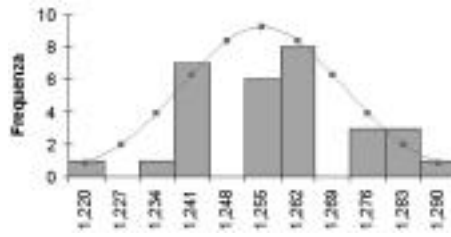
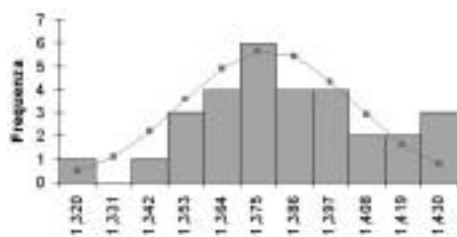
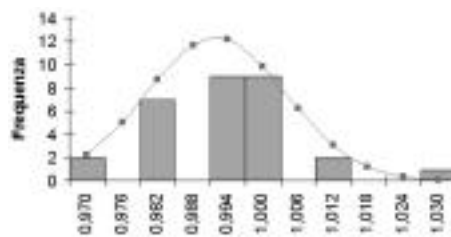
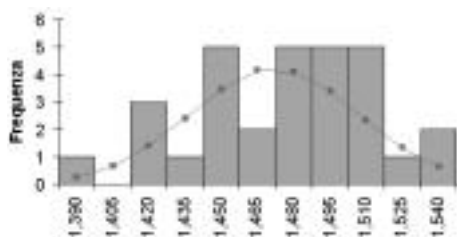
k	t_G	o_k
1	$t \leq 1.23$	2
2	$1.23 < t \leq 1.25$	13
3	$1.25 < t \leq 1.26$	8
4	$1.26 < t$	7

k	t_H	o_k
1	$t \leq 1.22$	7
2	$1.22 < t \leq 1.23$	8
3	$1.23 < t \leq 1.25$	11
4	$1.25 < t$	4

Analogamente al precedente, sono stati calcolati i χ^2 relativi alle altre tabelle, riassunti di seguito:

	χ^2
Tab. A	5.14
Tab. B	5.02
Tab. C	5.86
Tab. D	9.66
Tab. E	7.24
Tab. F	7.73
Tab. G	7.56
Tab. H	6.12

Di seguito riportiamo gli istogrammi relativi ad ogni set di misure e le relative distribuzioni gaussiane, rispettivamente per le tabelle dalla A fino alla H:



2.6 Calcolo di g mediante Best-Fit lineare

Linearizziamo la relazione (4):

$$t^2 = \left[\frac{14}{5g} \Delta S \right] \frac{i}{\sqrt{i^2 - b^2}} \quad (17)$$

Posti $y = t^2$, $m = \frac{14}{5g} \Delta S$ e $x = \frac{i}{\sqrt{i^2 - b^2}}$, otteniamo la funzione linearizzata.

Con queste posizioni è subito costruita la tabella dei punti che anticipa l'analisi del best fit:

Sfera di massa $m = 78 \text{ g}$

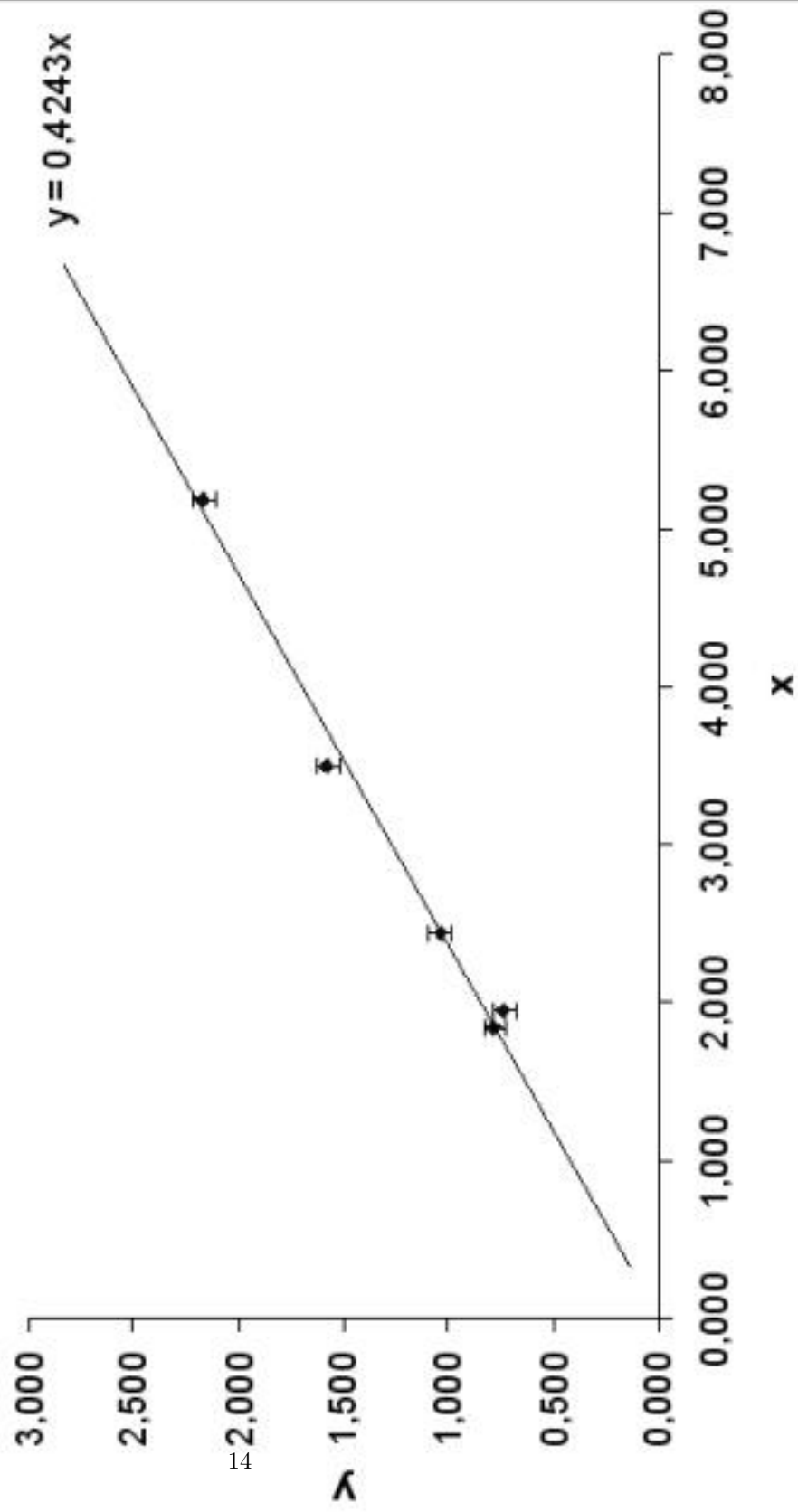
x	y
5.184	2.167
1.837	0.781
1.950	0.736
2.441	1.042
3.489	1.575

Sfera di massa $m = 11 \text{ g}$

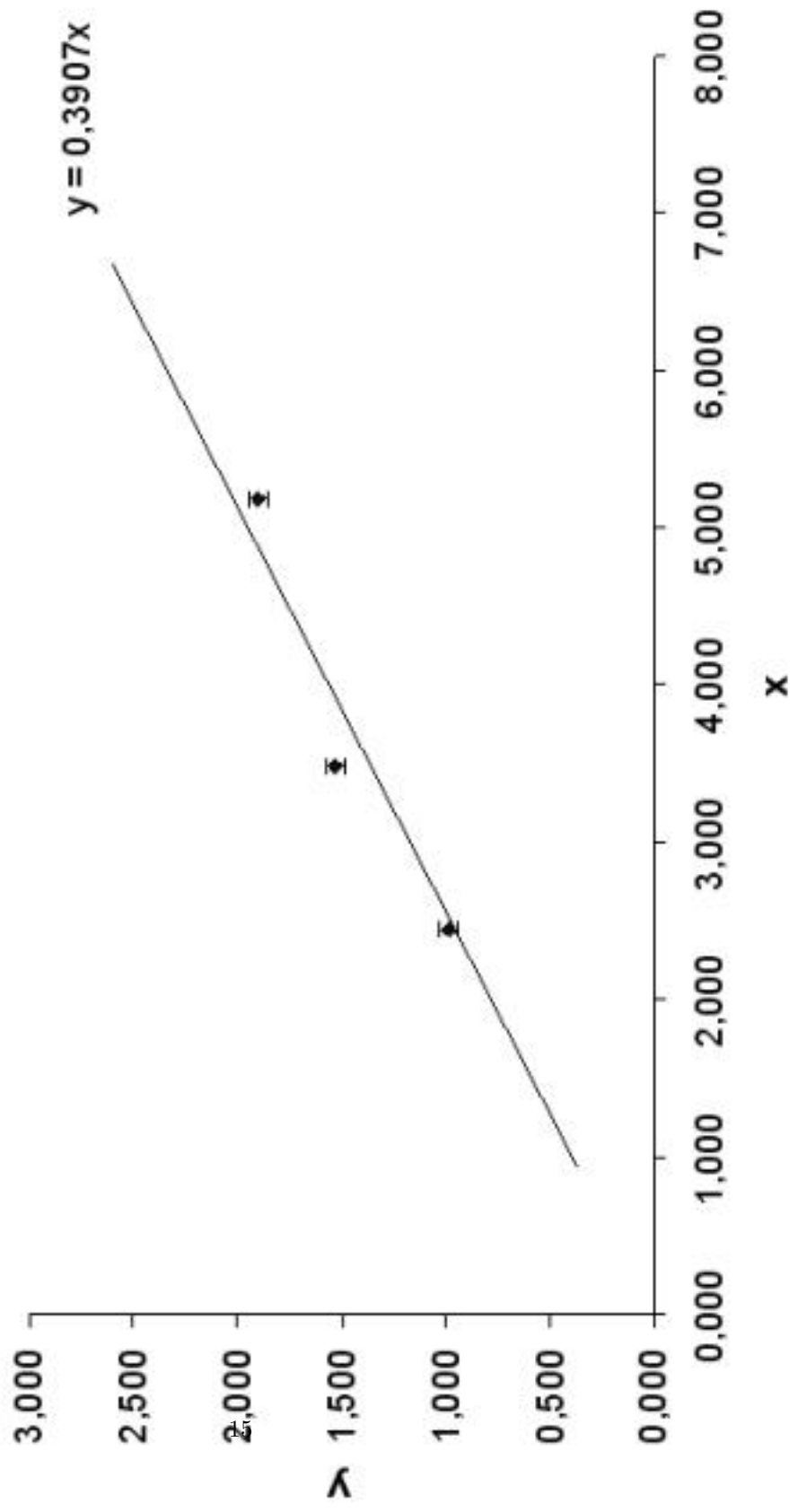
x	y
5.184	1.889
2.441	0.984
3.489	1.530

Riportiamo le rette di fit:

Best Fit massa M=78 g



Best Fit massa m=11 g



Dai valori dei coefficienti delle due rette risaliamo al valore di g per la posizione $m = \frac{14}{5g}\Delta S$, ottenendo nei due casi, rispettivamente, $g = 8.113ms^{-2}$ e $g = 8.737ms^{-2}$.

Dalla legge di propagazione degli errori e dalla relazione (4) otteniamo la stima dell'indeterminazione su g :

$$\frac{\sigma_g^2}{g^2} = \frac{\sigma_{\Delta S}^2}{\Delta S^2} + \frac{1}{i^2} \frac{\sigma_i^2}{(i^2 - b^2)^2} + \frac{\sigma_b^2}{(i^2 - b^2)^2} + 4 \frac{\sigma_t^2}{t^2} \quad (18)$$

Tuttavia tale stima è significativamente dipendente da $4 \frac{\sigma_t^2}{t^2}$, dunque la (18) può essere riscritta nella forma

$$\sigma_g = 2g \frac{\sigma_t}{t} \quad (19)$$

(come calcolare tale σ_g ? Quale t utilizzare nella (19)?)

3 Analisi critica dei risultati

L'esperienza ha dimostrato che i risultati ottenuti per g sono fortemente dipendenti dalla massa e dal raggio delle sfere utilizzate, a parità di materiale e densità delle stesse.

Entro i limiti degli errori da noi considerati i valori ottenuti per g sono insoddisfacenti: dunque la scelta dell'utilizzo di sfere nell'esperienza non ha portato ai risultati sperati.

Supponiamo che ciò sia dovuto alle imperfezioni della superficie del piano inclinato e delle sfere, nonché agli attriti volventi e radenti.

La combinazione di tutti questi effetti ha evidentemente e sensibilmente disturbato le nostre misure.

4 Bibliografia

A.Foti e C.Gianino - *Elementi di analisi dei dati sperimentali*, Liguori, Napoli.

W.Maraschini e M.Palma - *Format: probabilità e statistica*, Paravia, Torino.

E.Perucca - *Fisica Generale e sperimentale*, UTET, Torino.

R.Ricamo - *Guida alle sperimentazioni di Fisica*, Ambrosiana, Milano.

J.R. Taylor - *Introduzione all'analisi degli errori*, Zanichelli, Bologna.

F.Tyler - *A Laboratory manual of Physics*, E.Arnould, London.