

**“Verifica della resistenza totale di due resistenze in serie o in parallelo con il ponte di Wheatstone”**

Chiar.<sup>mo</sup> Prof. N. Arena

Cosimo Inserra, n° di matricola: 665/000070

Data d'esame: 10/12/2004

## INDICE

- Scopo dell'esperienza pag. 3
  
- Cenni teorici pag. 3
  
- Apparato sperimentale pag. 5
  
- Descrizione dell'esperimento pag. 7
  
- Analisi dati pag. 8
  
- Conclusioni pag. 12
  
- Bibliografia pag. 12

## Scopo dell'esperienza

Lo scopo di questa esperienza è quello di effettuare le misure di resistenze incognite, poste in serie o in parallelo, tramite l'utilizzo di un circuito elettrico denominato Ponte di Wheatstone.

## Cenni teorici

Il suddetto dispositivo è costituito da un quadrupolo che presenta un resistore per ogni suo lato; i due morsetti A e B sono collegati ad una pila P avente una f.e.m. dell'ordine dei volt, e gli altri due, C e D, ad un amperometro a zero centrale, o ad un galvanometro.

La resistenza incognita da misurare  $R_X$  viene inserita tra i punti C e B, mentre la resistenza R è nota. Le altre due resistenze  $R_1$  e  $R_2$  possono essere realizzate in due modi differenti: o con delle cassette di resistenze fisse, da cui il nome ponte di Wheatstone a cassetta, o con un filo calibrato di sezione S e lunghezza  $l = 1$  m, denominato ponte di Wheatstone a filo (vedi fig. 1).

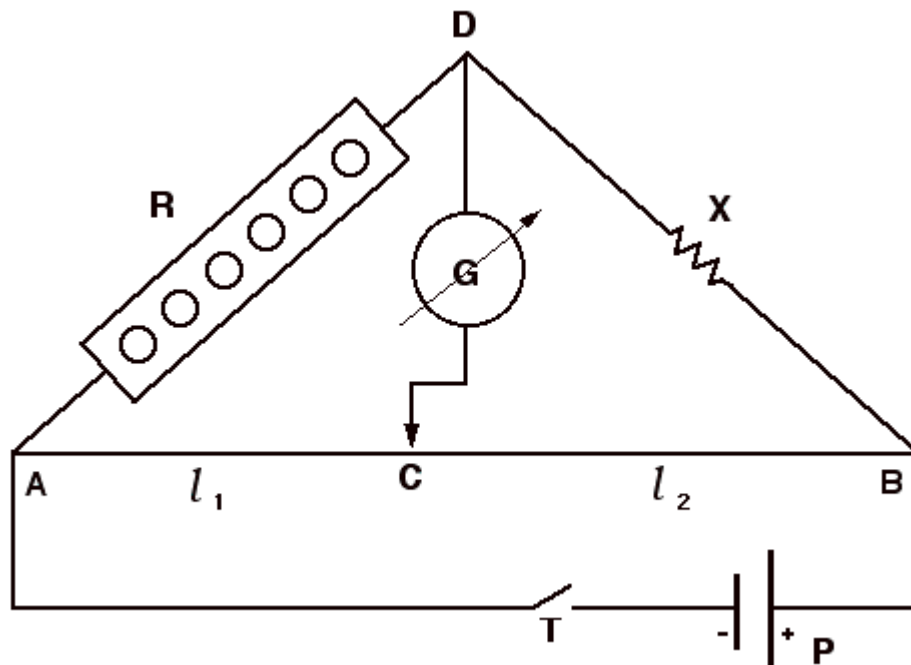


fig. 1

Per poter misurare la resistenza incognita bisogna fare in modo che, una volta chiuso il tasto T, non si verifichi passaggio di corrente nell'amperometro o nel galvanometro inserito, infatti in tal caso i morsetti C e D saranno al medesimo potenziale ed il ponte si dirà in equilibrio.

Nel caso del ponte a filo, che è quello caso preso in esame, essendo:  $R = r \frac{l}{S}$  si ha che

$R = R_1 + R_2 = r \frac{l}{S}$  e quindi è possibile variare  $R_1$  e  $R_2$  muovendo il cursore lungo AB.

Premesso ciò, nelle condizioni di equilibrio si otterrà che  $i = i_x$  ed  $i_1 = i_2$  avendo di conseguenza:

$$\begin{cases} iR = i_1 R_1 = i_2 R_2 \\ iR_x = i_x R_x = i_2 R_2 \end{cases} \text{ da cui}$$

$R/R_x = R_1/R_2$  e risolvendo per  $R_x$  si ha

$$R_x = R R_2 / R_1$$

E, trattandosi di un filo calibro, la determinazione del rapporto fra le resistenze è riconducibile a quello delle lunghezze dei due tratti del filo, per cui la formula precedente può essere scritta definitivamente come:

$$R_x = R \frac{l_2}{l_1} \quad (1)$$

Con questo metodo, utilizzando il galvanometro come un rivelatore a zero centrale di grande sensibilità, si può arrivare a misure di notevole precisione.

Il circuito forma una rete elettrica avente sei rami e quattro nodi e, tramite un'analisi elettrica del ponte effettuata su tre maglie indipendenti (numero ricavato in base alla regola delle maglie), si può verificare che il ponte è in equilibrio quando non passa corrente nel galvanometro, cioè nel caso in cui  $i_g = 0$ , condizione soddisfatta soltanto se  $R_1 R_x = R R_2$ .

## Apparato sperimentale

L'esperimento è stato eseguito realizzando il sottostante circuito elettrico:

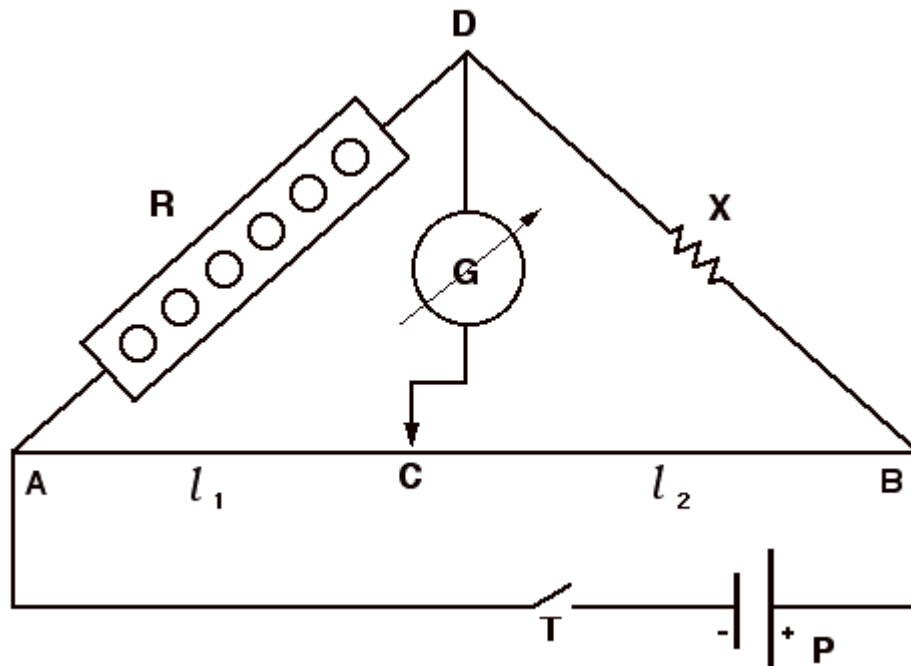


fig.2 - Apparato sperimentale

Il circuito è stato alimentato da una pila P, la quale ha svolto il ruolo di generatore di f.e.m.; per la regolazione di R è stata utilizzata una cassetta di resistenze predisposta per l'esperienza.

Gli strumenti utilizzati per verificare lo stato di equilibrio del ponte sono stati un amperometro a zero centrale a scala variabile ed un galvanometro.

Gli altri due elementi costitutivi del circuito sono un tasto T, che permette la chiusura del circuito ed il conseguente passaggio di corrente, e due resistenze incognite di cui si deve effettuare la misura.

Le caratteristiche degli strumenti sopra citati sono riportati nelle seguenti tabelle:

	Milliamperometro (mA)	Microamperometro ( $\mu$ A)
Fondo scala	1 mA	50 $\mu$ A
Tacche	100	100
Classe di precisione	2,5	2,5

Tab.1 - Caratteristiche strumenti

	Filo	Galvanometro	Cassetta resistenze
Sensibilità (di lettura)	1 mm	$4 \cdot 10^{-8}$ A	0,1 $\Omega$
e (cp)	/	/	0,018 $\Omega$

Tab.2 - Caratteristiche strumenti

L'errore legato alla classe di precisione dello strumento è dato dalla formula:  $e_{c.p.} = \frac{c.p. \cdot f.s.}{100}$ ; si può quindi determinare, dove possibile, l'errore totale relativo alle misure effettuate con gli strumenti a disposizione, sulla base di quanto riportato sulle tabelle 1 e 2; calcolando la radice della somma dei quadrati dell'errore di lettura e di  $e_{c.p.}$  si ottengono i seguenti errori:

	e (tot)
Milliamperometro (mA)	$0,0269 \cdot 10^{-3}$ A
Microamperometro ( $\mu$ A)	$1,3463 \cdot 10^{-6}$ A
Sensibilità galvanometro	$4 \cdot 10^{-8}$ A
Filo	0,001 m
Cassetta resistenze	0,1016 $\Omega$

## Descrizione dell'esperimento

Inizialmente si è montato il circuito di fig. 2 verificando che le relative connessioni corrispondessero; successivamente si è verificato che la pila in dotazione all'esperimento erogasse corrente tramite l'utilizzo di un multimetro digitale ed infine si è acceso l'impianto così da permettere il funzionamento del galvanometro.

Per prima cosa si è inserito l'amperometro a zero centrale con la seguente scala ( $0 \div \pm 1 \text{ mA}$ ), potendo così iniziare con una grossolana misura della condizione di equilibrio; successivamente si è portato il cursore C al centro del filo così da poter avere  $l_2 \approx l_1$ , dopodiché si è dato un valore R alla cassetta di resistenze ed abbassando il tasto T si è verificato che ci fosse passaggio di corrente; una volta trovato il valore di R per il quale vi è l'equilibrio si è cambiata la scala dell'amperometro portandola a ( $0 \div \pm 50 \mu\text{A}$ ) così da migliorare la precisione e si sono ripetuti gli stessi passi.

Dopo aver trovato l'equilibrio si è disconnesso l'amperometro e connesso il galvanometro, e sono state rieseguite le medesime operazioni variando la R e migliorando sempre di più la sensibilità, partendo dalla scala meno sensibile di questo (X .001) e scegliendo successivamente le seguenti scale: X .01; X .1; X 1; DIRECT, fin quando è stato trovato l'equilibrio.

Questo procedimento è stato effettuato per entrambe le resistenze incognite e, successivamente, anche per la messa in serie ed in parallelo di queste.

Avendo avuto ulteriore tempo durante la prova di esame si è voluto spostare il cursore dalla posizione  $l_2 \approx l_1$ , pur sapendo che essa era quella consigliata, e si sono cercati i valori di R, con precisione massima disponibile, al variare del rapporto fra le lunghezze dei due fili sia per  $R_{X1}$  che per  $R_{X2}$ .

Infine si è verificata la resistenza di  $R_{X1}$  e  $R_{X2}$  tramite un multimetro digitale per poter fare un confronto con i risultati ottenuti sperimentalmente.

## Analisi dati

In questa sessione vengono riportati sia i dati presi durante l'esperienza, relativi alle singole resistenze  $R_{X1}$  e  $R_{X2}$ , sia quelli riguardanti la loro messa in serie e la messa in parallelo:

$R_{X1}$			
$R \pm 0,1 \Omega$	deviazione	precisione	?I
1110	1mm	mA	0,0269 mA
974	n.	mA	0,0269 mA
986	n.	$\mu A$	1,3463 $\mu A$
986	n.	.001	$4 \cdot 10^{-5} A$
986	n.	.01	$4 \cdot 10^{-6} A$
986	n.	.1	$4 \cdot 10^{-7} A$
985	n.	1	$4 \cdot 10^{-8} A$
985,5	n.	Direct	$4 \cdot 10^{-8} A$

$R_{X2}$			
$R \pm 0,1 \Omega$	deviazione	precisione	?I
1070	n.	mA	0,0269 mA
1083	n.	$\mu A$	1,3463 $\mu A$
1083	n.	.001	$4 \cdot 10^{-5} A$
1083	n.	.01	$4 \cdot 10^{-6} A$
1085	n.	.1	$4 \cdot 10^{-7} A$
1083,6	n.	1	$4 \cdot 10^{-8} A$
1083,5	n.	Direct	$4 \cdot 10^{-8} A$

Serie			
$R \pm 0,1 \Omega$	deviazione	precisione	?I
2069	n.	mA	0,0269 mA
2069	n.	$\mu A$	1,3463 $\mu A$
2069	n.	.001	$4 \cdot 10^{-5} A$
2069	n.	.01	$4 \cdot 10^{-6} A$
2069	n.	.1	$4 \cdot 10^{-7} A$
2066	n.	1	$4 \cdot 10^{-8} A$
2065,9	n.	Direct	$4 \cdot 10^{-8} A$

Parallelo			
$R \pm 0,1 \Omega$	deviazione	precisione	?I
516	n.	mA	0,0269 mA
516	n.	$\mu A$	1,3463 $\mu A$
516	n.	.001	$4 \cdot 10^{-5} A$
516	n.	.01	$4 \cdot 10^{-6} A$
515,3	n.	.1	$4 \cdot 10^{-7} A$
515,3	n.	1	$4 \cdot 10^{-8} A$
515,3	n.	Direct	$4 \cdot 10^{-8} A$

Dove con n. si indica nessuna deviazione dell'indice dello strumento e quindi un risultato di equilibrio.

Il valore cercato sarà dato dalla (1), ed essendo il rapporto fra le lunghezze pari ad uno, si sono ottenuti i seguenti risultati riportati, con relativi errori, in tabella 3:

	Wheatstone	Tester	Teorico
$R_{X1}$	$985,5 \pm 0,1 \text{ O}$	$986 \pm 0,5 \text{ O}$	/
$R_{X2}$	$1083,5 \pm 0,1 \text{ O}$	$1083 \pm 1 \text{ O}$	/
Serie	$2065,9 \pm 0,1 \text{ O}$	/	$2069 \pm 0,1 \text{ O}$
Parallelo	$515,3 \pm 0,1 \text{ O}$	/	$516,1 \pm 0,1 \text{ O}$

Tab.3 - Risultati esperienza

Come si può ben notare nella tabella 3 sono stati inseriti anche i valori rilevati con il multimetro digitale (tester) per quanto riguarda  $R_{X1}$  e  $R_{X2}$ , con i corrispettivi errori, mentre i valori per la loro messa in serie ed in parallelo sono stati trovati grazie alle seguenti formule:

$$R_S = R_{X1} + R_{X2} \qquad R_P = \frac{R_{X1} * R_{X2}}{R_{X1} + R_{X2}}$$

Come già enunciato in precedenza, avendo avuto altro tempo a disposizione, si sono prese delle misure di R, con la massima sensibilità permessa dal galvanometro, variando il rapporto  $l_2/l_1$  per entrambe le resistenze a disposizione. Qui di seguito si riportano tali dati:

$R_{X1}$					
L1	L2	L1/L2	R	R teorico	
0,1 m	0,9 m	0,111	122,5 O	109,4 O	
0,2 m	0,8 m	0,25	273,4 O	246,4 O	
0,3 m	0,7 m	0,429	466,2 O	422,8 O	
0,4 m	0,6 m	0,667	722,5 O	657,3 O	
0,5 m	0,5 m	1	985,5 O	985,5 O	
0,6 m	0,4 m	1,5	1622,2 O	1478,5 O	
0,7 m	0,3 m	2,333	2520,8 O	2299,2 O	

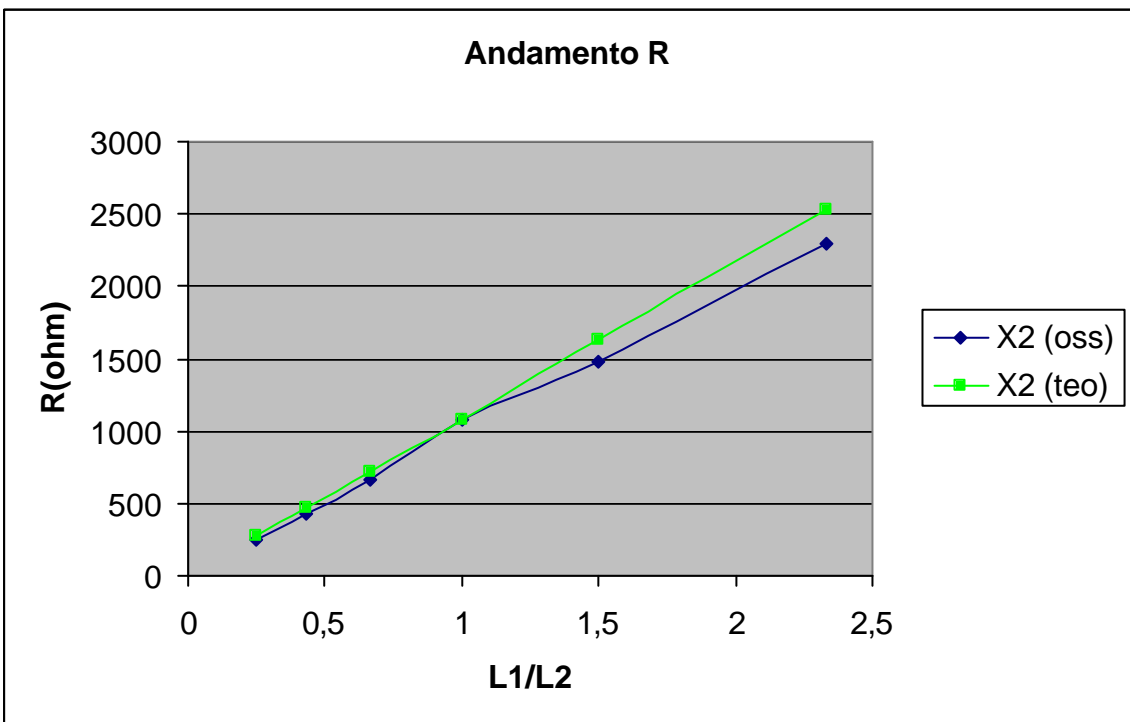
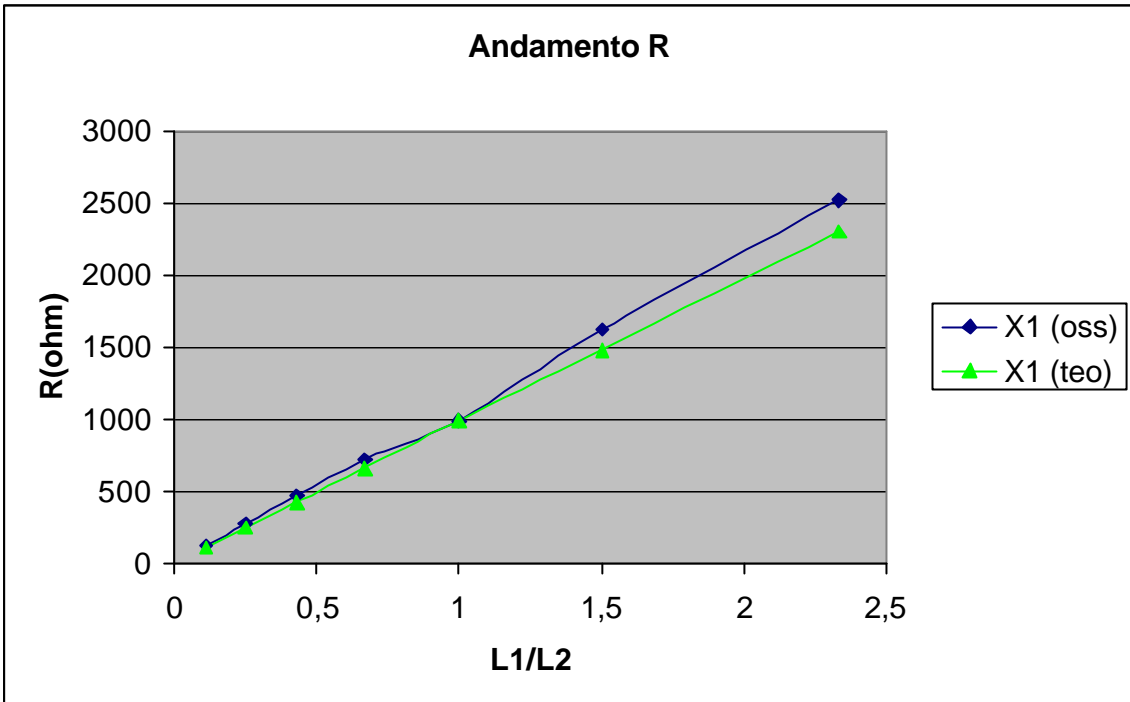
$R_{X2}$				
L1	L2	L1/L2	R	R teorico
0,2 m	0,8 m	0,25	248 O	270,9 O
0,3 m	0,7 m	0,429	423,5 O	464,8 O
0,4 m	0,6 m	0,667	657,4 O	722,7 O
0,5 m	0,5 m	1	1083,5 O	1083,5 O
0,6 m	0,4 m	1,5	1477,6 O	1625,5 O
0,7 m	0,3 m	2,333	2292,5 O	2527,8 O

Oltre al valore rilevato sperimentalmente, è stato riportato anche il corrispondente teorico dedotto dalla (1) riscritta come  $R = R_X * l_1/l_2$ ; in questa forma è possibile notare una linearità fra la R e l'inverso del rapporto fra i fili presente nella (1), linearità confermata dai valori assunti dal coefficiente di correlazione lineare di Bravais-Pearson dato dall'espressione seguente:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 * \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

dove  $n = 7$  per quanto riguarda il coefficiente relativo alla  $R_{X1}$ , invece per  $R_{X2}$   $n = 6$ , mentre la x e la y indicano le medie delle grandezze  $x = l_1/l_2$  e  $y = R$ . Eseguendo i calcoli relativi ai valori tabulati si ottiene per entrambe le serie il valore  $r = 0,99$ , il quale ci conferma che la correlazione è altamente lineare in entrambi i casi.

Nella pagina successiva vengono riportati i due grafici relativi all'andamento di R per entrambe le resistenze incognite; per ogni grafico vengono messi a confronto l'andamento teorico con quello osservato, tralasciando le barre di errore relative ai valori di R.



Da entrambi i grafici si può notare come l'andamento osservato sia piuttosto simile a quello risultante dai calcoli numerici.

## Conclusioni

La parte dell'esperienza riguardante la misura delle resistenze incognite ha avuto un buon esito, infatti i valori riscontrati tramite il ponte di Wheatstone sono gli stessi di quelli rilevati tramite il tester nell'ambito degli errori permesso, anzi la precisione ottenuta tramite l'esperienza è superiore rispetto a quella dello strumento di controllo (tester).

Per quanto riguarda i valori riscontrati in serie ed in parallelo sono anch'essi molto vicini ai risultati ottenuti tramite le relazioni matematiche precedentemente citate; la non perfetta corrispondenza può essere ricondotta al fatto che per eseguire la messa in serie e quella in parallelo sono stati aggiunti cavi che possono aver influito sulla misura ed al fatto che queste ultime due misurazioni sono state effettuate dopo la verifica dell'andamento di R per entrambe le resistenze messe a disposizione, operato che può aver fatto cambiare la resistenza totale del filo a causa dei ripetuti spostamenti del cursore C, anche se ciò è poco probabile.

La variazione del rapporto tra i fili ha portato ulteriori prove sul legame, facilmente intuibile, fra il valore della resistenza a cassetta e l'inverso del rapporto tra i fili, anche se era lecito aspettarsi una differenza meno visibile tra i valori riscontrati e quelli calcolati tramite la (1). Resta così sottolineata l'importanza di mantenere  $l_2 \approx l_1$  in modo tale da ottenere risultati quanto mai prossimi a quelli rilevati mediante l'utilizzo del tester.

Dall'esperienza si mette in evidenza come la resistenza totale di più resistenze in serie è maggiore della resistenza massima, mentre quella di più resistenze in parallelo è minore della minima; il che equivale a dire che in serie conta maggiormente il resistore che ha la resistenza più grande, mentre in parallelo quello che ha la resistenza più piccola.

## Bibliografia

**P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci**, *Fisica volume II*, EdiSES, Napoli, 2003.

**A. Foti, C. Giannino**, *Elementi di analisi dei dati sperimentali*, Liguori Editore, Napoli, 1999.

**Prof. N. Arena**, *Appunti del corso di laboratorio II*, Catania, A.A. 2003/2004.

**R. Ricamo**, *Guida alle sperimentazioni di fisica - II*, Casa Editrice Ambrosiana, Milano, 1969.

**Prof. S. Costa**, *Schede di istruzioni delle esperienze (Corso di sperimentazioni di Fisica II)*, Catania, A.A. 2003/2004.